This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Dette er en digital kopi af en bog, der har været bevaret i generationer på bibliotekshylder, før den omhyggeligt er scannet af Google som del af et projekt, der går ud på at gøre verdens bøger tilgængelige online.

Den har overlevet længe nok til, at ophavsretten er udløbet, og til at bogen er blevet offentlig ejendom. En offentligt ejet bog er en bog, der aldrig har været underlagt copyright, eller hvor de juridiske copyrightvilkår er udløbet. Om en bog er offentlig ejendom varierer fra land til land. Bøger, der er offentlig ejendom, er vores indblik i fortiden og repræsenterer en rigdom af historie, kultur og viden, der ofte er vanskelig at opdage.

Mærker, kommentarer og andre marginalnoter, der er vises i det oprindelige bind, vises i denne fil - en påmindelse om denne bogs lange rejse fra udgiver til et bibliotek og endelig til dig.

**Retningslinjer for anvendelse**

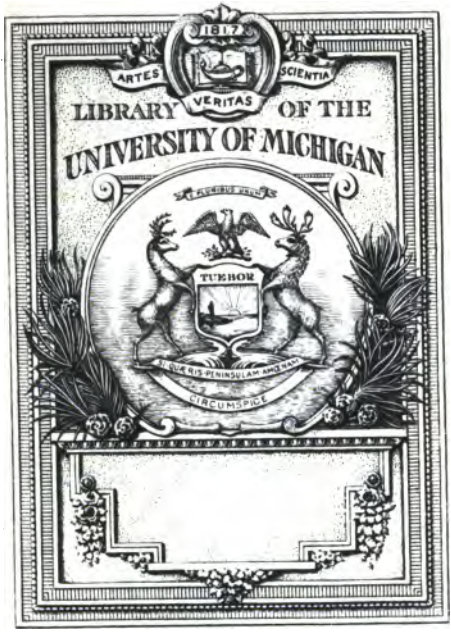
Google er stolte over at indgå partnerskaber med biblioteker om at digitalisere offentligt ejede materialer og gøre dem bredt tilgængelige. Offentligt ejede bøger tilhører alle og vi er blot deres vogtere. Selvom dette arbejde er kostbart, så har vi taget skridt i retning af at forhindre misbrug fra kommerciel side, herunder placering af tekniske begrænsninger på automatiserede forespørgsler for fortsat at kunne tilvejebringe denne kilde.

Vi beder dig også om følgende:

- Anvend kun disse filer til ikke-kommercielt brug
  Vi designede Google Bogsøgning til enkeltpersoner, og vi beder dig om at bruge disse filer til personlige, ikke-kommercielle formål.
- Undlad at bruge automatiserede forespørgsler
  Undlad at sende automatiserede søgninger af nogen som helst art til Googles system. Hvis du foretager undersøgelse af maskinoversættelse, optisk tegngenkendelse eller andre områder, hvor adgangen til store mængder tekst er nyttig, bør du kontakte os. Vi opmuntrer til anvendelse af offentligt ejede materialer til disse formål, og kan måske hjælpe.
- Bevar tilegnelse
  Det Google-"vandmærke" du ser på hver fil er en vigtig måde at fortælle mennesker om dette projekt og hjælpe dem med at finde yderligere materialer ved brug af Google Bogsøgning. Lad være med at fjerne det.
- Overhold reglerne
  Uanset hvad du bruger, skal du huske, at du er ansvarlig for at sikre, at det du gør er lovligt. Antag ikke, at bare fordi vi tror, at en bog er offentlig ejendom for brugere i USA, at værket også er offentlig ejendom for brugere i andre lande. Om en bog stadig er underlagt copyright varierer fra land til land, og vi kan ikke tilbyde vejledning i, om en bestemt anvendelse af en bog er tilladt. Antag ikke at en bogs tilstedeværelse i Google Bogsøgning betyder, at den kan bruges på enhver måde overalt i verden. Erstatningspligten for krænkelse af copyright kan være ganske alvorlig.

**Om Google Bogsøgning**

Det er Googles mission at organisere alverdens oplysninger for at gøre dem almindeligt tilgængelige og nyttige. Google Bogsøgning hjælper læsere med at opdage alverdens bøger, samtidig med at det hjælper forfattere og udgivere med at nå nye målgrupper. Du kan søge gennem hele teksten i denne bog på internettet på `http://books.google.com`


ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

Bernh. Frid. Mönnichs,
Kongelig Preussisk Overbergraad, Medlem af det Kongelige Overbygningsdepartement, og af det schlesiske patriotiske, peconomiske Selskab,

# Mathematiske Lærebog

for dem,
som ved andre Hovedforretninger agte at føre sig Mathematiken til Nytte.

## Anden Deel.

## Den anvendte Mathematik.

Oversat
af
Jacob Wolf.

Kiøbenhavn, 1796.
Trykt paa Gyldendals Forlag.

QA
35
.M699
v.2
pt.1

Professor Mönnichs

# Mathematiske Lærebog.

## Anden Deels

### Første Hefte.

### Statik, Mechanik, Hydrostatik og Aerometrie.

Med Kobbertavler.

Hirt Sein
Hirt
4-16-25
20159

# Udtog af Forfatterens Fortale.

3-9-40

I Fortalen til den første Deel er det Fornødne sagt om den Hensigt, i hvilken jeg har opsat min Indledning til Mathematiken. Om Indholdet af det Hefte af anden Deel, som nu forlader Pressen, har jeg ikkun faa Ord at sige.

Jeg troer saa temmelig at have truffet saadant et Valg af Materierne, som udfordredes til den Hensigt, fornemmelig at fremsætte almeennyttige Sandheder, og som tillodes ved den Omstændighed, at jeg ikke kunde forudsætte den hele Theorie.

Jeg er fuldkommen overbeviist om, at den blotte Forestilling om Ligevegten imellem to Kræfter er forskiellig fra Betragtningen af Bevægelsen, som frem-

kommer ved den ene Krafts Overvegt over den anden; at man saaledes og kan foredrage Statiken uden mindste Indblanding af noget mechanisk. Blev man ved den første Indledning til den anvendte Mathematik ikke saa meget indskrænket ved Tid og Rum, saa vilde jeg maaskee ogsaa ganske have adskilt Statik og Mechanik fra hinanden. Men i Naturen selv er næsten ethvert Phænomen Bevægelse, ja den er almindelig endog der, hvor vi ikkun troe at blive Hvile vaer. Ved enhver i Statiken beskreven enkelt Maskine tænker altid enhver Begynder allerede paa, hvorledes man ikke alene kan opholde en Last dermed, men ogsaa bevæge den af sit Sted. Dette er Aarsagen, hvorfor jeg besluttede, at lade nogle af de almindeligste Bevægelseslove selv gaae foran for den statiske Betragtning, i Tide at lede Opmærksomheden paa Hindringerne for Bevægelsen, og endelig, strax efter Undersøgelsen af Ligevegtens Lov, tillige at betragte enhver enkelt og sammensat Maskine i Bevægelse. Næsten alle, endog de største Maskiner, hvorved der frembringes en vedholdende Bevægelse, ere enkelte eller sammensatte Vinder. Af den Aarsag har jeg opholdet mig noget længer ved denne Maskine, end almindelig pleier at skee, giort Læseren op-

opmærksom paa den fordeelagtigste Benyttelse af Kræfterne paa samme, og forbundet dermed de første Grunde af Maskinvæsenets Theorie. Overalt har jeg i Afhandlingen af Statik og Mechanik seet mig om efter alle nyttige Anvendelser, som kunne gjøres af deres første Grundsætninger paa forekommende Tilfælde i det daglige Liv, og meddeelt saa meget deraf, som mit Verks Grændser paa nogen Maade tillode mig.

Om Hydrostatik og Aerometrie siger jeg her intet. Jeg kunde ikke vel afhandle dem anderledes, naar jeg paa eengang vilde undgaae Vidtløftighed og Magerhed.

De egentlige Grunde, hvorfor jeg har opsat, tillige at forelægge Publicum Hydraulik og Hydrotechnik, ligge i min forandrede Forfatning, der har foranlediget mig til, at indrette deres Udarbeidelse mere hensigtsmæssig. De skulle udgjøre det andet Hefte af den anvendte Mathematik.

Her vil jeg kun endnu forbedre en Feil, som har indsneget sig i den første Deel, da man har aftrykt Regninger, passende paa en Figur, som siden er forandret. Det er i Geometrien Side 242. §.

266. Till. 2. I Stedet for det, som der er trykt, beder jeg at substituere følgende *).

Till. 2. Et Kugleudsnit kan man forestille sig, som fremkommet ved Omdreiningen af Cirkeludsnittet *alb* om sin Axel. Det er altsaa saa stort som en Kugle, hvis Grundflade er saa stor som den Deel $f$ af den sphæriske Overflade, der fremkommer ved Omdreining af Buen *al*, og hvis Høide er saa stor som Kuglens Radius $r$. Kugleudsnittet er altsaa $= \frac{1}{3}rf$.

Till. 3. Man sætte $av = tr = v$, saa er $bv = r - v$; og, naar $vl$ tillige sættes $= h$, er det Kugelafsnit, der fremkommer ved Omdreiningen af *avl*, $= \frac{1}{3}rf - \frac{1}{3}(r-v)h^2\pi$.

Till. 4. De samme Grunde, hvorpaa Beviset for den 264 §. beroer, retfærdiggiøre ogsaa den Paastand, at den hele Cylinder af *avrt* mindre den afkortede Kegle af *avst* er saa stor som Kugelafsnittet af *avl*: Dette Kugelafsnit er altsaa $= vr^2\pi - (\frac{1}{3}r^3\pi - \frac{1}{3}(r-v)(r^2-h^2)\pi)$; fordi $bv^2 = r^2 - h^2$

§. 129.

*) Den omtalte Feil er i den danske Udgave undgaaet; men desuagtet meddeles Forfatterens egen Rettelse, som ved sin større Udførlighed ogsaa har noget større Tydelighed. W.

§. 129. Till. $= vs^2$. Altsaa er $vr^2\pi - \frac{1}{3}r^3\pi + \frac{1}{3}r^3\pi - \frac{1}{3}vr^2\pi - \frac{1}{3}(r-v)h^2\pi = \frac{2}{3}vr^2\pi - \frac{1}{3}(r-v)h^2\pi = \frac{1}{3}rf - \frac{1}{3}(r-v)h^2\pi$. Till. 3; det er $\frac{1}{3}rf = \frac{2}{3}vr^2\pi$. Følgelig er det ved Omdreiningen af *alb* fremkomne Kugleudsnit saa stort som to Trediedele af en Cylinder, hvis Høide er saa stor som Høiden af det Afsnit, der hører til dette Udsnit, og hvis Grundflade er en største Cirkel.

Till. 5. Da $\frac{1}{3}rf = \frac{2}{3}vr^2\pi$, saa er $f = 2r\pi.v$; d. e. det Stykke af Kugelfladen, som fremkommer ved Omdreiningen af Buen *al*, er saa stort som den cylindriske Overflade af den ligesaa høie Cylinder af *avrt*, hvis Grundflade er en største Cirkel.

Till. 6. Naar man igiennemskærer Kuglen paa to Steder med parallele Flader, saa hede de Dele af Kugelfladen, der ligge imellem de skærende Planer, Kuglens Zoner. Saadan en Zone er saa stor som den cylindriske Overflade af en Cylinder, hvis Grundflade er en største Cirkel af Kuglen, og hvis Høide er saa stor som Afstanden imellem de to skærende Planer. Thi dersom $ay = to = l$; saa er $ro = l - v$. Nu maae den Deel af Kugelfladen, som fremkom-

mer af $lk$, være saa stor som den Deel af $ak$ mindre den Deel af $al$, D. e. Den Zone, hvoraf $lk$ er Gjennemsnittet, er $= 2r\pi.l - 2r\pi v$, Till. 5. $= 2r\pi(l - v) = 2r\pi . ro$.

Berlin den 22de April 1784.

# Indhold af anden Deels første Hefte.

## Den anvendte Mathematik.

### Første Hovedstykke. Om Mechaniken i Almindelighed, og om Statiken i Særdeleshed.


| | Side |
|---|---|
| I. Almindelige Begreber og Bevægelsens Love | 1 |
| II. Om den retlinede Løftestang | 23 |
| III. Om Tyngdepunktet | 32 |
| IV. Om Vegterne | 47 |
| V. Om den brækkede Løftestang | 56 |
| VI. Kræfternes Sammensættelse | 60 |
| VII. Løftestangens Brug | 68 |
| VIII. Vinden | 71 |
| IX. Den skieve Plan | 72 |
| X. Om Rivningen (frictio) | 78 |
| XI. Om Strikkers og Tougs Stivhed | 94 |
| XII Materialiernes Fasthed eller Styrke | 100 |
| XIII. Om virkelig bevægede Maskiner, naar de ere komne i Fart, og om de bevægende Kræfter, især af levende Legemer, med Anvendelse paa Vinden | 119 |
| XIV. Om Kranen | 136 |
| XV. Hiulverk | 138 |
| XVI. Anvendelse af det foregaaende paa Møller i Almindelighed, især Haandqverne og Hestemøller | 154 |
| XVII. Den løse Tridse og Tallier | 161 |
| XVIII. Om Skruen | 170 |


XIX.

# Indhold.


Side

XIX. Om Kilen . . . 178
XX. Almindelig Betragtning af de mechaniske Potentser, og om deres Sammensættelse . 184
XXI. Kort Theorie om Vogne . . 196
XXII. Om Maskiner, som drives ved Vegter, i Almindelighed . . 202
XXIII. Om Pendulen . . 206
XXIV. Om Uhrverker i Almindelighed, og især Perpendikeluhrene . . 214
XXV. Om Staalfieres Kraft, og om Lommeuhrer 219


## Andet Hovedstykke. Hydrostatiken.


I. Almindelige Lærdomme om Kræfternes Ligevegt ved flydende Masser . . 223
II. Om faste Legemers Ligevegt med flydende 238
III. Undersøgelse af Legemernes specifiske Tyngde ved den hydrostatiske Vegt . . 241
IV. Om svømmende Legemer . . 252
V. Om blandede Legemer . . 258
VI. Om Gradstokke (Aræometris) . . 261


## Tredie Hovedstykke. Aerometrien.


I. Om Luftens Egenskaber i Almindelighed . 269
II. Luftpumpen og dens Anvendelse . 276
III. Om Barometer og Thermometer . 288
IV. Høidemaalinger ved Barometret . 298
V. Om Luftthermometret . . 308

# Den anvendte Mathematik.

## Første Hovedstykke.

## Om Mechaniken i Almindelighed, og om Statiken i Særdeleshed.

---

### I. Almindelige Begreber og Bevægelsens Love.

§. 1.

En Egenskab ved alle Legemer i Naturen, hvilken vi i Geometrien, hvor vi alene saae paa Udstrækningen, abstrahere fra Legemerne, er denne: at ethvert Legeme, der virkelig er til, er sammensat af en bestemt Mængde Bestanddele, der ere forbundne med hinanden, hvilke man kalder Legemets Materie eller Masse. F. Ex. En Træekugles Masse ere de Bestanddele i den, som ere virkeligt Træe. Nemlig i det indvortes Rum

af et Legeme, der indsluttes af sin Figur, kunne der være Dele, der, om de ikke ere tomme, dog ikke ere opfyldte med Hovedmaterien, hvoraf Legemet bestaaer. Naar f. Ex. Spanskrør eller Svamp udgiøre Massen, ere disse Steder endog synlige. Man kalder dem Mellemrum (*poros*). Et Legeme er saa meget desto tættere, jo flere Bestanddele af dets Hovedmaterie der ere indsluttede i eet og samme Rum, og det er ligeformig eller uligeformig tæt, efter som dets Mellemrum ere lige eller ulige fordeelte over den hele Masse.

§. 2.

Det strider paa ingen Maade imod saadant et materielt Legems Natur, at det forandrer sit Sted. Saalænge denne Forandring af Sted vedvarer uafbrudt, saa sige vi, at Legemet bevæger sig. Hvile er Bevægelsen modsat.

§. 3.

Den Direction, efter hvilken en Bevægelse gaaer for sig, er enten bestandig den samme, d. e. retlinet, eller den forandres i ethvert, endog det mindste Øieblik, d. e. den er krumlinet. §. 11. Geom. For det første see vi kun paa den retlinede Bevægelse.

Eet Legeme bevæger sig hastigere end det andet, naar det bevæger sig enten igiennem samme Rum i kortere Tid, eller igiennem et større

Rum

Rum i selv samme Tid. For altsaa at dømme om et Legems Hastighed, maae man saavel give Agt paa det Rum, igiennem hvilket Bevægelsen skeer, som paa Tiden, i hvilken den skeer.

§. 4.

Skal et bevæget Legeme endnu blive det samme, som det var for Bevægelsen, saa maae alle dets Bestanddele bevæge sig med een og samme Hastighed. Er denne Hastighed lige stor i al den Tid, Bevægelsen varer, d. e. gaaer Legemet bestandig igiennem lige store Rum i lige store Dele af denne Tid, saa heder saadan en Bevægelse eensformig. Lovene for den ere de simpleste. Paa følgende Maade komme vi til Sammenligning af de Legemers Hastigheder, der bevæge sig eensformig.

Et Legeme, $A$, hvis Hastighed, $C$, gaaer igiennem det Rum, $S$, i Tiden, $T$. Et Legeme, $B$, hvis Hastighed, $c$, gaaer igiennem det Rum, $s$, i Tiden, $t$.

Jeg antager endnu et tredie Legeme, $D$, hvis Hastighed er $v$, og som igiennemløber Rummet, $S$, (ligesom $A$,) i Tiden, $t$, (ligesom $B$).

Nu maae 1) naar Rummene ere lige store, Hastighederne forholde sig omvendt som Tiderne. Thi hvo der til een og samme Vei kun bruger Halvdelen eller Trediedelen af samme Tid, som en anden, han er to eller tre Gange hastigere end denne.

2) Naar Tiderne ere lige store, saa ere Hastighederne ligefrem som Rummene, hvilket er klart af sig selv. Altsaa er

1) $C : v = t : T$
2) $v : c = S : s$

Og $C : c = St : sT$

Eller $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$ div. med $T . t$

Udtrykker man altsaa $S$ og $s$ ved et Tal, f. Ex. af Fødder, $T$ og $t$ f. Ex. ved et Tal af Secunder; saa give Quotienterne $\frac{S}{T}$ og $\frac{s}{t}$ den Forhold $C : c$ i Tal, og man veed bestemt, om og hvor mange Gange Legemet $A$ er hastigere end $B$, eller $B$ hastigere end $A$.

## §. 5.

Naar Størrelserne, $S$ og $s$, $T$ og $t$, bestandig optælles efter saadanne eengang fastsatte Enheder, som 1 Fod, 1 Secunde; saa angive Quotienterne, $\frac{S}{T}$ og $\frac{s}{t}$ de Fødder, som Legemerne, $A$ og $B$, lægge tilbage i een Secunde. Dette skal i det Følgende hede deres mechaniske Hastighed; og altid forstaaes ved $c$; saaledes er

1) $c = \frac{s}{t}$. 2) $ct = s$. 3) $t = \frac{s}{c}$.

Af No. 1 har man altsaa altid denne mechaniske Hastighed, eller det Rum i Fodmaal, der er lagt til-

tilbage i en Secunde. Altsaa giver No. 2 det Rum, der er lagt tilbage i enhver anden Tid, naar man multiplicerer det Rum, der er lagt tilbage i een Secunde, med den hele Bevægelses Tid, udtrykt i Secunder, og No. 3 maae naturligvis give den hele Tid, der er brugt til en Bevægelse, naar man dividerer det hele Rum med det, der er lagt tilbage i een Secunde.

§. 6.

En Steen, som jeg holder i Haanden, bevæger sig, saasnart jeg slipper den, hen imod Jorden i en Direction, der er fuldkommen lodret paa Overfladen af et stillestaaende Vand. Det samme vil man bilde vaer ved alle andre Legemer, der have nogen mærkelig Masse, dersom de ikke understøttes i den bestrevne Direction, og man siger om dem: De falde i verticale lodrette Linier ned paa Jordens Horizontalflade.

§. 7.

Dersom derimod en legemlig Masse var understøttet af en horizontal fuldkommen glat Plan, og laae rolig paa samme; saa vilde den af sig selv aldrig forandre denne Tilstand. Imidlertid kunne vi dog ogsaa i den horizontale Direction bringe den af sin Beliggenhed og i Bevægelse. Dog føle vi, at vi maae anvende noget til dette Øiemed; dette Noget kalde vi Kraft, og ansee det

som Aarsagen til Bevægelsen. Bevæger Massen sig nu engang, saa kunne vi ogsaa igien bringe den til Hvile, eller til Forandring af Direction, naar vi anvende Kraft dertil i den modsatte eller i en anden Direction, end den, hvori Massen gaaer frem. Vi ere nu tilbøielige til, at slutte, at alle slige Forandringer af et Legems Tilstand, i Henseende til Hvile og Bevægelse, fremkomme af Kræfter, som vore, og det saa meget desmere, da vi ofte see, at, naar et Legeme nærmer sig til og rører ved et andet, som enten hviler eller bevæges, frembringer det saadanne Forandringer hos det. Den Egenskab ved et Legeme, at det uden saadanne Aarsager ikke forandrer sin Tilstand, kalde vi Uvirksomhed (Inertie). Altsaa behøves der ingen særskilt Kraft til, naar et Legeme, der engang er sat i Bevægelse, skal fortsætte sin Bevægelse med den Hastighed, det engang har faaet.

## §. 8.

Jo større et Legeme er, som vi ville bevæge af sit Sted, eller hvis Bevægelse vi ville standse, og jo større den Hastighed er, hvormed vi ville, at det skal bevæge sig, desto mere Kraft maae vi anvende. Derfor sige vi, at Uvirksomheden er proportional med Massen og den Hastighed, Legemet skal have. Egentlig, da enhver Bestanddeels Bevægelse udfordrer sin bevægende Kraft, saa er Summen af Kræfterne, hvilke vi anse som

een

een eneste, overeenstemmende med Beſtanddelenes Mængde. Ved een og ſamme geometriſk Storrelſe udfordres derfor ogſaa deſto mere Kraft, jo tættere et Legeme er. §. 1. Ligeſaa naturligt er det, at der udfordres dobbelt, tredobbelt Kraft, til i een og ſamme Maſſe at frembringe en dobbelt, tredobbelt Haſtighed.

§. 9.

Skal Uvirkſomheden være en Egenſkab, der er uadſkillelig fra enhver legemlig Maſſe; og er alt det Kraft, hvorved Bevægelſe frembringes; ſaa maae et Legems Fald imod Jorden hidledes af en ganſke ſæregen Kraft; thi herved blive vi ingen udvortes Aarſag vaer, ſom ved de horizontale Bevægelſer. — Denne ſamme Kraft tilſkrive vi den Trykning, ſom vi føle, naar vi underſtotte Stenen §. 6. med Haanden, og om denne Trykning tænke vi, at den udholdes af ethvert andet Legeme efter ſin Art, paa hvilket en legemlig Maſſe hviler. Denne Kraft, ſaavel naar den frembringer den virkelige Bevægelſe mod Horizontalfladen, ſom og, naar den alene trykker Maſſen imod ſit Underlag, kalde vi Tyngden. Det Navn Kraft tilkommer altſaa endog den blotte Beſtræbelſe efter, at frembringe en Bevægelſe efter en vis Direction.

§. 10.

Den Trykning, som et Legeme af eet og samme Slags frembringer imod vor Haand, altsaa og imod andre Legemer, der opholde dets Fald, det er dets Vegt, er større, naar Legemet er større. Et Stykke Metal, der er dobbelt saa stort som et andet, vil, da det antages af ligeformig Tæthed, §. 1, have dobbelt saa mange Bestanddele, o. s. f. Kort: Ved Legemer af samme Slags og ligeformig Tæthed, forholde Vegterne sig til hinanden som deres geometriske Størrelse.

§. 11.

Der gives Legemer, der have samme geometriske Størrelse som andre, og dog veie mere end disse. F. Ex. en Cubictomme Blye og Træe. Saadanne Legemer maae altsaa være forskiellige fra hinanden i deres Tæthed. §. 1. Man seer heraf, og af §. 8, at det er nyttigt at kiende Forholden af Tætheden i de Legemer, vi have meest at giøre med, for i Forveien at bedømme de Kræfter, der udfordres til deres Bevægelse eller Understøttelse.

§. 12.

En Cubicfods eller en Cubictommes Vegt af en ligeformig tæt Masse, ville vi kalde dens særegne Vegt (*pondus specificum*). Denne

vil

vil altsaa staae i Forhold til saadanne legemlige Massers Tæthed.

§. 13.

Naar et Legems Dele hænge saaledes sammen, at endog en anseelig Kraft, der virker paa en Deel af dem, ikke kan rive det fra hinanden, saa er det et fast Legeme. Derimod adskilles et flydende Legems Dele endog ved den ringeste Kraft, og naar det ses i et huult fast Legeme, antager det flydende Legeme Figuren af det faste Legems Huulhed. Mechaniken og Statiken befatte sig ikkun med de faste Legemer.

§. 14.

Opgave. At finde ligeformig tætte Massers særegne Vegt.

Oplosning. Esterat man har fastsat den geometriske Størrelse, hvis Vegt man vil bestemme ved alle Legemer, hvortil man helst antager en Cubicfod, eller og en Cubictomme, saa behover man kun

1) At give et fast Legeme saadan en Figur, at dets geometriske Indhold kan ved Elementargeometrien findes i Cubicfødder eller Cubictomme. Dette Indhold maae være $V$. Derpaa veier man paa en rigtig Vegt, (hvorom siden skal handles) det faste Legeme, og bestemmer dets Vegt i Pund, Uncer eller Gran. Det Tal, som

findes derfor, maae hede $P$. Kalde vi nu den særegne Vegt af det cubiske Maal, der er lagt til Grund, $G$; saa er $\frac{P}{V} = G$; fordi denne Quotient tilkiendegiver, hvor meget saadant et Maal, f. Ex. en Cubictomme af denne Masse veier.

2) Til flydende Legemer maatte man have et huult Kar, hvis Huulning var et legemligt Rum, der kunde udregnes ved Elementargeometrien. Karret veier man for sig selv, og ligeledes naar det er fyldt med det flydende Legeme, Forskiellen imellem den første og sidste Vegt er her $P$, den geometriske Størrelse af Huulningen $V$.

Tillæg. Da altsaa $G = \frac{P}{V}$; saa er ogsaa $G.V = P$, og $V = \frac{P}{G}$. Heraf lader sig en Methode udlede, til at finde det geometriske Indhold af irregulære Legemer af ligeformig Tæthed; naar man kun veed deres særegne Vegt. F. Ex. naar en Cubictomme Selv veier 3283 Gran, og man havde en irregulær Klump af 500 Pund; saa maatte dens geometriske Størrelse være 1170 Cubictomme, naar en Unce sættes = 480 Gran.

Anmærk. Dette kan her være nok, for at vise Mueligheden af, at finde Legemernes særegne Vegt. Hydrostatiken skal lære mere derom.

§. 15.

§. 15.

Den hele Virkning, som frembringes af en Kraft, maae bedømmes af den Masses Størrelse, som den sætter i Bevægelse eller i Hvile, og af den mechaniske Hastighed, som den meddeler eller bevarer den. Da vi ikke kiende Kræfternes indvortes Væsen, saa kunne vi ogsaa kun domme om dem efter disse Virkninger, og kunne altsaa fastsætte, at de forholde sig til hinanden, som disse i lige lang Tid frembragte Virkninger. Da nu, naar Tiderne ere lige store, Hastighederne forholde sig som Rummene, §. 43 saa maae Kræfterne forholde sig til hinanden, som de bevægede Masser multiplicerte med de Rum, hvorigiennem de bevæge sig, d. e. naar Kræfterne hede $P$, $p$, Masserne $M$, $m$, Rummene $S$ og $s$; saa er $P : p = MS : ms$.

Till. Er altsaa $P = p$; saa er $MS = ms$, og $M : m = s : S$, det er: Masserne omvendt som Rummene. Altsaa ere ogsaa bevægede Legemers Vegter i omvendt Forhold med Rummene; og tvertimod, dersom $M : m = s : S$, saa er $MS = ms$, følgelig $P = p$, det er: Kræfterne ere lige store, naar Masserne eller Vegterne ere i omvendt Forhold til de giennemløbne Rum.

§. 16.

Kræfter, hvoraf den ene ganske eller tildeels hindrer den andens Virkning, kunne kaldes mod-

modsatte. I første Fald vil der fremkomme Ligevegt, eller det Legeme, hvorpaa de virke, vil blive i Hvile. Lige store Kræfter, der stræbe at bevæge en Masse i lige modsatte Directioner, ere i dette Tilfælde; altsaa og saadanne Kræfter, der vare i Stand til, i een og samme Tid at bevæge to forskiellige Masser igiennem saadanne Rum, der forholdt sig omvendt som disse Masser.

## §. 17.

Her var det for vidtløftigt, at anbringe mere om disse Lærdomme, der ikkun kunne fuldstændig udføres i den høiere Mechanik. Det, der er sagt, gielder egentlig kun om de trykkende Kræfter, af hvilket Slags Tyngden er. Dog forestiller man sig ogsaa, at den Kraft, hvormed et bevæget Legeme støder paa et andet, der hviler, er lige stor med Productet af dets Masse og Hastighed, eller i det mindste overeenstemmende dermed, kort, at man ogsaa her maae sætte Kraften $V = MC$. Hvorledes Stødets Love for haarde, bløde og elastiske Legemer følge heraf, lærer ligeledes den egentlige Mechanik og Physiken. Jeg anmærker kun endnu, at, dersom der ingen anden Hindring var for Bevægelsen, end Uvirksomheden §. 7; saa vilde den ringeste Masse, bevæget med den mindste Hastighed, og i Almindelighed en nok saa liden Kraft sætte den største Masse i nogen Bevægelse, naar den virkede paa samme. At det

ikke

ikke skeer, kommer af mangfoldige Hindringer for Bevægelsen, hvilke vi kun her kunne nævne. Af dette Slags er, naar Legemet ligger paa et andet, Gnidningen, (Frictionen), der i en horizontal Direction hen over en fuldkommen poleert Plan udfordrer til sin Overvindelse ligesaa megen Kraft, som der behøyes til at understøtte Trediedelen af dets Vegt. Hertil hører ogsaa den Modstand, som det Fluidum, hvormed alle Legemer paa Jorden almindelig ere omgivne, Luften, sætter imod deres Bevægelse. Saaledes modstaaer ogsaa Tyngden selv eller Legemernes Vegt enhver Kraft, der vil bevæge dem i en Direction, som ikke er lodret paa Tyngdens Direction, d. e. horizontal. Dog anfører jeg kun alt dette forud, for i Almindelighed at gaae de Indvendinger imøde, der almindelig falde en ind, naar det man seer, synes at modsige Statikens og Mechanikens første Theorie, hvor man endnu abstraherer fra disse Hindringer.

## §. 18.

Naar Tyngden som en trykkende Kraft ikke hindres; saa vil den, da den virker paa alle Legemer, hvormed vi ere omgivne, meddele ethvert Legeme, fra hvilket man borttager den verticale Understøttelse, en vis Hastighed i det første Øieblik, som kan hede Begyndelseshastigheden. Nu antage vi, at Tyngden i Begyndelsen af det

andet

andet Øieblik, da Legemet allerede har denne Begyndelseshastighed, virker ligesaa stærkt paa det, som i Begyndelsen af det første, d. e. meddeler det ligesaa megen Hastighed. Legemet vil altsaa ved Enden af det andet Øieblik ved sin Tyngde have faaet den dobbelte, ved Enden af det tredie den tredobbelte Hastighed, kort: de faldende Legemers Hastigheder ville forholde sig, som de Tider, de bruge til deres Fald. I lige store Tider ville de altsaa faae lige store Tilsætninger til deres Hastigheder, Tiderne maae for Resten antages saa store, som man vil, naar de kun ere lige store. (Man seer vel, at der ved et faldende Legems Hastighed ved Enden af saadan en Tid, forstaaes den Hastighed, med hvilken det i Følge Uvirksomheden §. 7 vilde gaae eensformig frem, dersom Tyngden da paa eengang hørde op at trykke). Men om denne Forudsættelse stemmer overeens med Naturen, skal nu undersøges. Gior den det, saa maae følgende Sætning være sand.

§. 19.

De Rum, som tunge Legemer lægge tilbage fra Begyndelsen af deres Fald, maae forholde sig til hinanden, som Quadraterne af de Tider, i hvilke de ere faldne. (Nemlig dersom Forudsættelsen i sorrige §. er rigtig).

Beviis.

Bevis. I Triangelen $ACE$ forestille $AC$, Faldets Tid; dens Begyndelse være i $A$. Tager man nu paa $AC$ lige store Dele, $AB$, $BF$, og drager Parallelerne, $BD$, $FG$; saa er $AF = 2AB$, og $FG = 2BD$; altsaa kunne $BD$, $FG$, forestille Hastighederne ved Enden af Tiderne, $AB$, $AF$, fordi de forholde sig til hinanden som disse. Ligeledes forestiller $CE$ det faldende Legems Hastighed ved Enden af den Tid, der betegnes ved $AC$. Man tage nu den Tilsætning, $Bb$, til Tiden, $AB$, saa liden, at den Tilvext, som Hastigheden $BD$ imidlertid vil faae, kan agtes for intet betydende; saa kan man ansee Bevægelsen i dette Tidsrum for ligeformig, og $bd = BD$. Det Rum, der i samme Tid er lagt tilbage, kan altsaa forestilles ved $bd.\ Bb$, eller $BD.\ Bb$, d. e. ved Parallelogrammet $BbdD$. Sætter man nu, den hele Tid var deelt i saadanne uendelig smaae Dele; saa deles ogsaa den hele Triangel i ligesaa mange saadanne Parallelogrammer som $BbdD$. Indtil $B$ udgiøre de tilsammen Triangelen $ABD$; indtil $C$ Triangelen $ACE$. De Rum, der ere lagte tilbage i Tiderne $AB$, $AC$, hede $S$ og $s$; saa er $S : s = ABD : ACE = AB^2 : AC^2$, §. 164. I. Geom. $= T^2 : t^2$, fordi Tiderne, $T$ og $t$, forestilles ved $AB$ og $AC$. Fig. 1.

Da $C : c = T : t$, d. e. Hastighederne skulle forholde sig som Tiderne, §. 18; saa er ogsaa $S : s = C : c^2$.

Till. 1. Sætter man altsaa det Rum, der er igiennemløbet i den første Deel af Tid, $= 1$; saa følger, at,

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| naar Tiderne ere | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | o. s. v. |
| saa er i den hele Tid Rummene | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | d. s. v. |
| de enkelte Dele af Tid | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | o. s. v. |

Det sidste finder man ved Subtraction. De Rum, der lægges tilbage i de enkelte paa hinanden følgende Dele af Tid, tage følgelig til, ligesom Ledene i den arithmetiske Række af de ulige Tal. Det almindelige Beviis ligger i §. 173. 2. Arithm.

Till. 2. Disse Slutninger af den 18 §s. Forudsætning ere allerede bekræftede ved Galilæus's Forsøg. Af disse Erfaringer følger altsaa omvendt Loven for de tunge Legemers frie Fald. Naar et Legeme, imedens det bevæger sig, saaer i lige store Tider bestandig lige stor Tilvext af Hastighed; saa tilskriver man det en ligeformig forstærket Bevægelse, hvilken altsaa tilkommer de faldende Legemer.

Till. 3. Legemernes forskiellige Vegt udfordrer vel, naar dey skal understøttes, mere eller mindre Kraft. Men for Resten falder 1 Centner, 1 Pund, 1 Lod, 1 Gran, $\frac{1}{1000}$ Gran ꝛc. i

lige

lige store Tider igiennem lige store Rum, de legemlige Massers specifiske Vegt maae saa være lige stor eller forskiellig. Thi dersom man f. E. lader to Blyelod, hvert for sig paa een og samme Tid falde af Haanden, saa ville de paa een og samme Tid naae Jorden; skulde det vel giøre nogen Forskiel, om man giorde dem fast ved hinanden? Det forstaaer sig for Resten, at man maae tænke Hindringerne for Bevægelsen bort, fornemmelig Luftens Modstand §. 17., naar Legemerne ere af forskiellig specifik Vegt; og i et lufttomt Rum falder endog Dunen ligesaa hurtig som Blyekuglen.

Till. 4. Absolut Kraft kalder man den, der driver et bevæget Legeme ligesaa stærkt frem, som et hvilende; af dette Slags er altsaa Tyngden een; relativ Kraft virker stærkere paa det hvilende, end paa det bevægede Legeme, og paa det sidste saa meget desmindre, jo hurtigere Legemet allerede bevæger sig. F. E. den Kraft, hvormed Vandet falder paa Skusserne af et Møllehiul, naar de hvile eller allerede ere i Bevægelse.

## §. 20.

Hugenius har deels af et Phænomen, som staaer i Sammenhæng med Tyngden, (en Penduls Længde, som slaaer en vis Tid, f. E. en Secunde) deels ved et umiddelbart Forsøg fundet, at de tunge Legemer i vore Egne falde i den første Secunde $15\frac{5}{8}$ eller 15,625 rhinlandske Fod, eller 15625

Skrupler af en rhinlandsk Fod. Dette Rum ville vi i Almindelighed kalde $g$, og vise, hvorledes nu en Mængde Opgaver, Tyngden angaaende, kunne opløses.

§. 21.

I. Opg. Tiden $t$, da et Legeme falder, er given i Secunder, man skal finde Rummet $s$.

Opløsn. $s$ er $= gtt$. Thi naar $g$ betyder Rummet i een Secunde; saa er efter §. 19. $1^2 : t^2 = g : s$; d. e. $s = gtt$.

Omvendt er $t = V\frac{s}{g}$

Saaledes finder man, at et tungt Legeme vilde i en Minut falde igiennem 56250′, og behøve netop 8 Secunder, for at falde 1000 Fod ned.

II. Naar et Legeme er i Tiden $t$ faldet igiennem $s$; saa vil det med den Hurtighed, det da har faaet (S. §. 18.) i samme Tid $t$ med en ligeformig Bevægelse lægge det Rum $2s$ tilbage.

Fig. 1. Bev. I Fig. 1. forestiller $CE$ den bekomne Hurtighed, $AC$ Tiden $t$, og Triang. $ACE$ udtrykker Rummet $s$. Altsaa betyder $AC. CE$ eller Parallelogr. $AHEC$ det Rum, der ved en ligeformig Bevægelse er igiennemløbet med Hurtigheden $CE$ i Tiden $t$. Men $AHEC = 2ACE = 2s$, naar $ACE$ er $= s$.

§. 22.

§. 22.

Opg. Naar $t$ er given, da at finde den bekomne Hurtighed $c$.

Opl. $c$ er $= 2gt$. Thi da Legemet vilde med den bekomne Hurtighed gaae ligeformig frem, og i Tiden $t$ lægge det Rum $2s = 2gtt$ tilbage, §. 21. II; saa er $c = \frac{2gtt}{t} = 2gt$. §. 5. (det $s$, som er der, er her $gtt$, og $t$ der er ogsaa $t$ her).

Omvendt er $t = \frac{c}{2g}$.

Ex. Et Legeme, der er faldet 10 Secunder, har faaet den Hurtighed, at kunne i een Secunde igiennemløbe 312,5 Fod; og for at faae 1000 Fods Hurtighed, maatte det falde 32 Secunder.

§. 23.

Opg. I. Naar det Rum $s$, hvor igiennem et Legeme er faldet, er bekiendt, da at finde den Hastighed, det har faaet.

Opl. $c$ er $= 2\sqrt{gs}$. Thi da $t = \sqrt{\frac{s}{g}}$ §. 21. I. og $t = \frac{c}{2g}$ §. 22. saa er $c = \frac{2g\sqrt{s}}{\sqrt{g}} = 2\sqrt{g}$. $\sqrt{s} = 2\sqrt{gs}$.

Till. 1. Altsaa finder man det Rum, som et Legeme maae falde igiennem, for at faae en bestemt Hastighed $c$, eller $s = \frac{c^2}{4g}$.

Ex. Et Legeme, der er faldet 1000 Fod, har 250' Hastighed, og for at faae 1000 Fods Hastighed, maae Legemet være faldet 16000'.

Till. 2. Tiderne og Hastighederne forholde sig, som ogsaa allerede er klart af §. 19, ligesom Qvadrat-Rødderne af Rummene, eller $C: c = T: t = \sqrt{S}: \sqrt{s}$.

Till. 3. Ved enhver Hastighed, som et Legeme har faaet paa nogen anden Maade, kan man spørge om den Høide, igiennem hvilken det havde maattet falde, for ved Faldet at faae samme Hastighed. Dette kalder man i Mechaniken den Høide, der svarer til Hastigheden $c$. Fandt man altsaa for $C$ den Høide $S$, for $c$ den tilsvarende Høide $s$, saa vilde disse Hastigheder, de maatte for Resten være komne, af hvad for Kræfter man vil, dog forholde sig ligesom $\sqrt{S}: \sqrt{s}$. Naar Hastigheder skulle sammenlignes, kan man derfor altid i Stedet for $c$ skrive $\sqrt{s}$, d. e. udtrykke enhver Hastighed ved Qvadratroden af dens tilsvarende Høide.

Fig. 2. Opg. II. Et Legeme er ved een eller anden Kraft kastet vertical opad fra $B$, og havde, da det gik ud fra $B$, paa eengang faaet den Hastighed $b$; man skal finde, 1.) hvor stor dets Hastighed $c$ er efter Forløb af Tiden $t$, og 2) hvor stor dets tilbagelagte Vei $BP$ er.

Opl.

Opl. Da Tyngden virker paa det bevægede Legeme, ligesom paa det hvilende, saa vilde den i Tiden $t$ meddele Legemet den Hastighed $2gt$ §. 22., men i en Direction, der var dets forrige Direction lige modsat, det er, den vil i foregavende Tilfælde formindske Hastigheden $b$ med $2gt$. Altsaa er efter Forløb af Tiden $t$

1.) $c = b - 2gt$.

Da fremdeles Legemet, dersom Tyngden ikke paa denne Maade virkede imod det, vilde med ligeformig Bevægelse i Tiden $t$ lægge det Rum $bt$ tilbage opad §. 5., men Tyngden i samme Tid vilde drive det nedad saa meget som Rummet $gtt$ §. 21. saa er, fordi begge Rum igien ere modsatte,

2.) $BP = bt - gtt$.

Till. 1. Naar Tyngden har betaget det opstigende Legeme sin hele Hastighed, og altsaa $c$, eller $b - 2gt$ er $= o$; saa er $t = \frac{b}{2g}$. Da har Legemet tilbagelagt den Vei $b.\frac{b}{2g} - g\frac{b^2}{4g^2} = \frac{b^2}{2g} - \frac{b^2}{4g} = \frac{b^2}{4g}$.

Den samme Vei vilde det have lagt tilbage, dersom det ved at falde ned havde faaet den Hastighed $b$. I. Till. 1. Det tunge Legeme stiger altsaa med enhver Hastighed, som meddeles det ved en anden Kraft i vertical Direction, til den samme Høide, som det havde

maattet falde ned fra, for ved Faldet at faae samme Hastighed.

Till. 2. Naar det Legems Hastighed $c$, der er kastet vertical opad, er bleven $= b$; saa virker nu dog Tyngden fremdeles paa det, og driver det tilbage nedad igiennem det Rum $\frac{h^2}{4g}$, og det i samme Tid $t = \frac{h}{2g}$, som det brugde til at stige, fordi $g.\frac{h^2}{4g^2} = \frac{h^2}{4g}$, hvor altsaa og $c$ maae være $= b$. Dersom altsaa $T$ er den iagttagne Tid, da Legemet stiger og falder, saa var $2g.\frac{1}{2}T = gT = b$. Af saadan en Jagttagelse kunde man altsaa slutte sig til den Hastighed, som meddeles f. E. en Canonkugle af Krudet, dersom ikke Luftens Modstand ved store Hastigheder, som denne, havde for stor Indflydelse paa Bevægelsens Rum og Tid.

Till. 3. Saadan en opad gaaende Bevægelse, som den, der nylig er betragtet, er en Art af en ligeformig formindsket Bevægelse, d. e. saadan en Bevægelse, hvor Hastigheden i lige store Tider tager lige meget af. Thi dersom $t = 1$, saa var her $c = b - 2g$; dersom $t = 2$, saa var $c = b - 4g$; dersom $t = 3$, saa er $c = b - 6g$, o. s. f. gaaer i enhver følgende Deel af Tid $2g$ bort fra Hastigheden.

## II. Om den retlinede Løftestang.

### §. 23.

En ret ubøielig Linie $AB$ uden al Tyngde, der i et Punkt $C$ er saaledes understøttet eller befæstet, at dette Punkt $C$ selv ikke kan vige af Stedet, men Linien $AB$ dog dreie sig om samme, heder en retlinet mathematisk Løftestang eller Vegtstang. Begvemmest er det, at forestille sig Befæstelsen i $C$ som en Stift eller et Søm, hvorom $AB$ kan dreie sig som om en Axel. Naar man forestiller sig, at Løftestangen ligger horizontal, og der nu i to Punkter paa begge Sider af $C$ ere i visse Afstande, f. E. $CA$ og $CB$, anbragte Kræfter (f. E. Vegterne $P$ og $Q$) paa Løftestangen, som begge trække vertical nedad (eller opad); saa heder dette en toarmet Løftestang (*heterodromus*). Men ere Kræfterne saaledes anbragte paa den ene Side af $C$, at den ene trækker vertical opad, den anden vertical nedad; saa heder dette en eenarmet Løftestang (*homodromus*). Punktet $C$ heder Understøttelsespunktet eller Anlægningspunktet, ogsaa i forskiellig Henseende snart Hvile-, snart Bevægelsespunktet; det som holder dette Punkt, kalder man Underlaget (*hypomochlium*). Er den ene Kraft nærmere ved Punktet $C$ end den anden, saa heder den ofteſt Last; og den anden beholder det Navn Kraft. Men i Almindelighed pleier man at kalde den Modstand, man vil overvinde, naar den er en Vegt, for Last.

Fig. 3.

Da enhver Stang bliver ubrugelig til at løfte med, saasnart den bøier sig under sin Last; saa er Ubøielighed en væsentlig Egenskab ved Løftestangen, den maae for Resten være saa tynd, som den vil, have saa liden egen Tyngde, som den vil. Derfor tænker man sig den *in abstracto* som en Linie uden Tyngde, for alene at have nødig at see paa de anbragte Kræfter og deres Afstand fra Punktet C, og betragter først den retlinede Løftestang som den letteste.

## §. 24.

Fig. 4. Naar to lige store Kræfter, P og Q, trække paa den toarmede Løftestang AB, i lige stor Afstand r fra Understøttelsespunktet C; saa vil ingen af dem synke eller stige.

Bev. Da alting er paa den ene Side ligesom paa den anden; saa maatte enten, om P sank, ogsaa Q synke, altsaa AB være bøielig (*contr. hyp.*); eller og, om Q steeg, naar P sank, saa maatte paa samme Grund Q synke og P stige, det er, P og Q maatte paa eengang synke og stige, hvilket er modsigende.

Till. 1. Den ene Kraft hindrer altsaa den anden, naar den vil synke eller stige, det heder her er en Ligevegt.

Till. 2. Da eet og det samme følger for begge Tilfælde, enten man antager, at begge Kræfter trykke opad eller nedad, saa ville vi i det følgende

gende kun betragte det sidste Tilfælde. $P$ og $Q$ kunne da anses som Vegter. Da de nu kun hindre hinanden fra, at dreie Løftestangen omkring $C$, saa maae der være noget, der hindrer dem begge fra, paa eengang at synke ned med Løftestangen. Dette kan ikke være andet end Underlaget i $C$, hvilket altsaa, ifald der slet ingen Bevægelse skal fremkomme, maae kunne bære en Vegt $P+Q=2P=2Q$. Thi dersom man understøttede Løftestangen i $C$ med Fingeren i Stedet for Underlaget; saa maatte man holde ligesaa meget, som om man umiddelbar hængde en Vegt $2P$ derpaa.

## §. 25.

En cirkeldannet fast Skive uden Tyngde, der er bevægelig om $C$, men ligeledes saadan, at Punktet $C$ bliver urokkeligt, og holdes af en Stift eller et Søm, heder en Tridse, naar den tillige paa dens Omkreds har en Fordybning, hvori man kan lægge en Snor, paa hvilken Vegter, eller i Almindelighed Kræfter, kunne trække. Fig. 5.

## §. 26.

Naar to lige store Kræfter, $P$ og $Q$, begge lodrette paa Endepunkterne af Radierne, $CA$ og $CB$, trække saaledes, at de stræbe at dreie Tridsen i modsatte Directioner omkring dens Middelpunkt; saa maae ogsaa her fremkomme Ligevegt; fordi alting her igien Fig. 5.

er lige paa begge Sider, og Tridsen dog ikke paa eengang kan dreie sig til begge Sider.

Till. 1. Altsaa er der ogsaa Ligevegt, naar to lige store Vegter, $p$ og $Q$, hænge lodret ned fra $b$ og $A$.

Till. 2. Ved Hielp af Tridsen lader enhver Kraft sig let sammenligne med en Vegt, naar man lader den trække lodret i sin Direction $BP$ paa Omkredsen af en Tridse, og betynger den anden Ende $AQ$ af Snoren saa længe med Vegter, som Kraften kan taale. Saaledes kunde man undersøge et Menneskes Kraft. Saa kan man ogsaa ved Tridser udvirke, at Vegter trække i alle muelige Directioner, ligesom de trække efter deres særegne lodrette Direction, og alle Slags Kræfter, der virke i alle muelige Directioner, lade sig foreſtille ved Vegter, men lade sig selv anbringe saaledes, at de bevæge en Modstand i en ganske anden Direction, end der er dem naturlig, uden at forlade denne. F. E. ved Hielp af 2 Tridser over hinanden kan en Hest trække en Last vertical opad, der ligger paa samme Horizontalplan, som Hesten selv.

§. 27.

Naar et Par Vegter holde hinanden Ligevegt i visse Afstande fra Hvilepunktet paa eet Slags Løftestang, saa holde de ogsaa Ligevegt med hinanden i samme Afstande paa det andet Slags Løftestang.

Bev.

Bev. Paa den toarmede Løftestang være $P$ og $Q$ i Ligevegt i de Afstande $CA$ og $CB$. Man gjøre $CD=CB$, og lade i $D$ en Vegt $R=Q$ trække opad, i det man hænger den over en Tridse, og en anden $S=Q$ trække nedad, saa bliver der endnu Ligevegt, fordi $R=S$. Men $S$ og $Q$ holde hinanden Ligevegt, i Følge §. 24. Tager man dem altsaa bort, saa bliver der endnu Ligevegt paa den eenarmede Løftestang $AC$ (S. §. 23.) hvor Afstanden af Vegten $R$ (som er lige stor med $Q$) er $=CD=CB$. Fig. 6.

Var omvendt paa den eenarmede Løftestang $AC$, $P$ og $R$ i Ligevegt; saa forlængede man $AC$ til $B$, tog $CB=CD$, og ophængde i $D$ og $B$ de Vegter $S=R$ og $Q=R$; saa ere disse, i Følge §. 24, i Ligevegt. Men da ogsaa $R$ og $S$ ere i Ligevegt; saa kan man tage dem bort, uden at forstyrre Ligevegten. Følgelig ere paa den toarmede Løftestang $P$ og $Q=R$ i Ligevegt i samme Afstande fra $C$, som forhen paa den eenarmede.

## §. 28.

Paa den eenarmede Løftestang $AB$ være Kræfternes, $P$ og $R$, Afstande $AB$ og $CB$; lad nu $R$ være $=2P$, og derimod $AB=2CB$; saa er der under disse Omstændigheder Ligevegt. Fig. 7.

Bev. Da $AC=CB$; saa kan man forestille sig $AB$ som en toarmet Løftestang, der er under-

Fig. 7. understøttet i $C$. Naar nu de lige store Vegter, $P$ og $Q$, hængde i $A$ og $B$; saa var der Ligevegt efter §. 24. Underlaget i $C$ bærer Vegten $P+Q=2P$. §. 24. Till. 2. Lader man nu en Vegt $R=2P$ trække vertical opad i $C$; saa kan man undvære Underlaget i $C$, og alting bliver endnu uryklelig, som det var. Tager man nu $Q$ bort, og anbringer derimod en Stift i $B$ (S. §. 23.); saa gior den det samme, som $Q$ giorde forhen, den forhindrer, at Punktet $B$ ikke kan gaae opad. Altsaa er der endnu Ligevegt ved en Indretning, der ikke er andet end en eenarmet Løftestang, hvor Afstanden af den enkelte Vegt $P$ fra Hvilepunktet $=AB=2CB$ er $=$ den dobbelte Afstand af den dobbelte Vegt $R$ eller $2P$.

Fig. 6. Till. Derfor er der ved samme Forhold mellem Vegter og Afstande ogsaa Ligevegt paa den toarmede Løftestang. §. 27. F. E. dersom Fig. 6. $AC$ var $=2CB$, og $Q=2P$.

## §. 29.

Fig. 8. Naar $n$ betyder ethvert heelt Tal, og det er sandt, at der er Ligevegt paa Løftestangen, dersom $P: Q=1:n$, d. e. $Q=nP$, og derimod Afstanden af Kraften $P$ til Afstanden af Kraften $Q$, eller $CA: CB=n:1$. d. e. $CA=nCB$; saa er der endnu Ligevegt, dersom $Q$ er $=(n+1)P$, og derimod $CA=(n+1)CB$.

Bev.

Bev. $C$ paa den toarmede Løftestang $AB$ bærer $P+Q=P+nP=(n+1)P$. Man hænge over en Tridse $(n+1)P$, saaledes at det i $C$ trækker vertical opad, saa bliver der Ligevegt, naar man i $C$ borttager Underlaget, og endnu bliver Ligevegten, naar man tager $Q$ bort, og i Stedet derfor anbringer en Stift, der er fast nok i $B$, af samme Grunde som i forrige §. Nu kalde man igien $(n+1)P$ for $Q$, og Punktet $B$ kalde man $C$, Punktet $C$ derimod $B$, saa er der Ligevegt, naar paa den eenarmede Løftestang $AB$ (den er nemlig understøttet i $B$) $Q$ er $=(n+1)P$, og derimod Afstanden $CA$ af Vegten $P=(n+1)CB$, da $CB$ er Afstanden af den nu værende Vegt $Q$ fra Hvilepunktet. Fig. 8.

Altsaa bliver der i Følge §. 27. ogsaa Ligevegt paa den toarmede Løftestang ved samme Vegter og Afstande.

Till. Nu følger af §. 28., at, naar $n$ er $=2$, er der Ligevegt paa begge Slags Løftestange; følgelig ogsaa for $n+1=3$. Da Sætningen altsaa igien finder Sted for $n=3$; saa er det ogsaa sandt for $n+1=4$. o. s. s., man maae i Forholden $n:1$ forstaae ved $n$, hvad for et heelt Tal man vil.

## §. 30.

Hovedgrundsætning for Løftestangen: Paa enhver Løftestang ere Kræfterne i Ligevegt,

vegt, naar de forholde sig omvendt, som deres Afstande fra Hvilepunktet.

Fig. 9. Bev. Dersom $P:Q=CB:CA$, og $CB:CA=n:m$; saa er $P:Q=n:m$, d. e. $mP=nQ$. Nu være $CD=CE=\frac{1}{n}CB=\frac{1}{m}CA$; saa vilde $nQ=S$, ophængt ved $E$, være i Ligevegt med $Q$, fordi $EB$ er at anse som en toarmet Løftestang, §. 29. og paa samme Grund vilde $R=mP$, ophængt ved $D$, være i Ligevegt med $P$. Men da $R=S$, fordi $mP=nQ$; saa er ogsaa $R$ og $S$ for sig selv i Ligevegt, fordi $CE=CD$. §. 24. Dersom man altsaa og igien tog $R$ og $S$ bort, eller slet ikke havde hængt dem paa; saa var der dog Ligevegt; det er, der er altid Ligevegt paa Løftestangen, naar Kræfterne forholde sig omvendt som deres Afstande.

Sætningen gielder ogsaa, naar Forholdene ere irrationale, fordi disse altid kunne betragtes ligesom §. 177. Arithm.

## §. 31.

**Naar den omvendte Forhold ikke finder Sted imellem Vegterne og deres Afstande, saa kan der heller ikke være Ligevegt paa Løftestangen.**

Fig 7. Bev. Sæt, at paa Løftestangen var ikke $CB:CA=P:Q$, og der skulde dog være Ligevegt;

vegt; saa giøre man $S = \frac{CA}{CB} P$, og $S$ vil da være i Ligevegt med $P$, det er, $S$ trækker Punktet $B$ ligesaa stærkt ned, som $P$ giør, at det trækkes opad. Da nu $Q$ skal være større eller mindre end $S$, saa maae det trække Punktet $B$ stærkere eller svagere nedad, end $P$ trækker det opad; altsaa kan der ingen Ligevegt finde Sted.

Till. 1. Følgelig, dersom der skal være Ligevegt paa Løftestangen, saa maae der altid være en omvendt Forhold imellem Kræfterne og deres Afstande.

Till. 2. Er altsaa $Q > \frac{CA}{CB} P$, saa gaaer $B$ nedad. Er $Q < \frac{CA}{CB} P$; saa er $P > \frac{CB}{CA} Q$; og $A$ gaaer nedad. Følgelig kommer altid en Overvegt paa den Side, hvor den Vegt er, der er for stor efter Forholden.

Till. 3. Af $P : Q = CB : CA$ følger $P . CA = Q . CB$, d. e. Producterne af Kræfterne i deres tilhørende Afstande fra Hvilepunktet ere lige store i Tilfælde af Ligevegt. Naar $P$ heder Kraft og $Q$ Last §. 23; saa hede disse Producter Kraftens og Lastens Momenter, og Grundsætningen for Løftestangen lader sig ogsaa udtrykke saaledes: Der er Ligevegt paa Løftestangen, naar Kraftens Moment er lige stort med Lastens Moment.

III.

## III. Om Tyngdepunktet.

### §. 32.

Opg. To bekiendte Vegter, $P$ og $Q$, skulle trække paa den retlinede Løftestang i den givne Afstand $AB$; man søger det Sted, hvor Underlaget skal være, for at erholde Ligevegt.

Fig. 9. Opl. 1. Paa den toarmede Løftestang være $AB=a$; saa er det Søgte $AC=x$, altsaa $CB=a-x$, følgelig $Px=Q(a-x)=Qa-Qx$. Altsaa $Px+Qx=(P+Q)x=Qa$, og $x=\frac{Qa}{P+Q}$ eller $AC=\frac{Q.AB}{P+Q}$.

Fig. 10. 2. Paa den eenarmede være ogsaa $AB=a$, og $AC=x$; saa er $Px=Q(x-a)$, eller $Px=Qx-Qa$, og $Px+Qa=Qx$; altsaa $(Q-P)x=Qa$; følgelig $x=\frac{Qa}{Q-P}$ eller $AC=\frac{Q.AB}{Q-P}$.

Till. 1. Disse ere Afstandene af Kraften $P$ fra Underlaget; Lastens Afstand eller $BC$ er for No. 1, $a-x=a-\frac{Qa}{P+Q}=\frac{Pa}{P+Q}$; for No. 2 $x-a=\frac{Qa}{Q-P}-a=\frac{Pa}{Q-P}$; hvoraf en almindelig Regel lader sig udlede.

Till. 2. Naar altsaa det i No. 1. fundne Punkt $C$ understøttes eller holdes med en Kraft $=P+Q$ i en Direction, der gaaer vertical opad; saa

saa bliver Løftestangen med samt sine paahængte Vegter rolig, og synker ikke mod Jorden, ligesom den hele Vegt af $P$ og $Q$ sandtes i Punktet $C$. Derfor kan man kalde Punktet $C$ for Vegternes, $P$ og $Q$, Tyngdepunkt. Der gives kun det eneste Punkt, som har denne Egenskab. Thi om endog et andet ogsaa blev understøttet, at den ikke kunde synke; saa vilde dog Momenterne ikke være lige store, og altsaa blive en Overvegt paa den Side, hvor det største var. Imidlertid giver dette Anledning til følgende Opgave.

## §. 33.

Opg. Naar der paa en ret ubøielig Linie uden Tyngde, der kan dreie sig om et Punkt $d$ efter Behag, hænge to Vegter, $p$ og $q$; da at finde Afstanden af Punktet $c$ fra $a$, hvorpaa en Kraft $p + q$ maae trække opad, paa det der kan blive Ligevegt. Fig. 11.

Opl. 1. Naar begge Vegterne hænge paa een og samme Side af Punktet $d$; saa kunne $q.db$ og $p.ad$ hede Vegternes Momenter til Punktet $d$. For at finde $c$, forestille man sig, at dette Punkt maae være saaledes beskaffen, at, naar det saaer en Understøttelse, som umiddelbar kunde bære $p + q$, kunde slet ingen Bevægelse foregaae, om endog Underlaget i $d$ blev taget bort. Dette kan kun være Tyngdepunktet af $p$ og $q$. Altsaa maae $q.bc$ være $= p.ac$; og da $bc$ er $= dc - db$,

og $ac = ad - dc$; saa maae $q.\ dc - q.\ db$ være $= p.\ ad - p.\ dc$; følgelig $(p+q)\ dc = p.\ ad + q.\ db$, eller

I. $dc = \frac{p.\ ad + q.\ db}{p+q}$.

Fig. II. 2. Naar $d$ ligger imellem Hængepunkterne, saa maae atter $c$ være Tyngdepunktet, fordi ogsaa her slet ingen Bevægelse skal foregaae, naar $p+q$ trækker opad. Derfor er ogsaa her $q.\ bc = p.\ ac$; eller $q.\ db - q.\ dc = p.\ ad + p.\ dc$, d. e. $p.\ dc + q.\ dc = q.\ db - p.\ ad$, følgelig

II. $dc = \frac{q.\ db - p.\ ad}{p+q}$.

I 2det Fald kommer det an paa, om $q.\ db$ eller $p.\ ad$ er størst. Punktet $c$ falder paa samme Side som det største Moment. Saaledes gielder den almindelige Regel: Momenternes Sum eller deres Difference (efter som Vegterne hænge paa een eller begge Sider af et antaget Punkt $d$ paa Løftestangen) divideret med Vegternes Sum, giver Afstanden af Punktet $c$ fra $d$, der skal opholdes med den Kraft $p+q$.

Till. 1. Dersom i begge Tilfælde Vegterne $p$ og $q$ bleve tagne bort fra deres Steder, og man lod deres Sum $p+q$ trække vertical nedad i $c$, imedens selv samme Kraft trakde vertical opad i samme Punkt; saa kunde heller ingen Bevægelse gaae for sig. Heraf er det klart, at Punktet $c$

er

er det Punkt, hvor Vegternes Sum udretter ligesaa meget, som de enkelte Vegter paa deres Steder, $a$ og $b$, og at Middelet herved er angivet til, at bringe to Vegter paa Løftestangen til een.

Till. 2. Dersom der altsaa endog hænge flere Vegter end to, s. Ex. $p$, $q$, $r$, $s$, o. s. paa Løftestangen; saa vil man dog kunne bringe dem til een, naar man først søger Tyngdepunktet imellem $p$ og $q$, saa imellem $p+q$ og $r$, o. s. v. Herpaa grunde sig følgende Formler, hvis Grund man let indseer af det forrige.

1. Dersom Vegterne $p$, $q$, $r$, $s$, o. s. v., Fig. 12. der hænge paa Løftestangen, ere givne, saavelsom Afstandene af Vegternes, $q$, $r$, $s$, o. s. v. Hængepunkter, $b$, $d$, $f$, fra $a$, som det Sted, hvor den første Vegt $p$ hænger; saa er Tyngdepunktets Afstand fra $a$, eller $ac = \frac{ba.q + da.r + fa.s}{p+q+r+s}$

Ex. lad $p$ være $= 16$, $q = 6$, $r = 5$, $s = 3$; fremdeles $ba = 10$, $da = 18$, $fa = 24$; saa er $ac = \frac{6.10 + 5.18 + 3.24}{30} = 7,4$.

2. Naar paa en toarmet Løftestang, hvis Underlag er i $c$, de Vegter, $q+r+s$, som hænge paa den ene Side i forskiellige Afstande, ere i Ligevegt med een eller flere paa den anden Side, og man vil bringe dem til een; saa er $cg = \frac{bc.q + dc.r + fc.s}{q+r+s}$. I Exemplet er $cg = 8,45$ næsten.

Da nu ogsaa $(q+r+s)\,cg = bc.\,q + dc.\,r + fc.\,s = p.\,ac$; saa sees heraf, at ovenfor §. 31. Till. 3. anførte Regel kan endnu langt almindeligere udtrykkes saaledes: Der er Ligevegt paa Løftestangen, naar Summen af de Kræfters Momenter, der stræbe at dreie den paa en modsat Maade, er lige stor.

Dette gielder nemlig ogsaa om den eenarmede, naar Summen af de Kræfters Momenter, der trække opad, er lige stor med Summen af de Kræfters Momenter, der trække nedad.

I Exemplet er 6. 2,6 + 5. 10,6 + 3. 16,6 = 16. 7,4 = 118,4; ved den toarmede Løftestang.

## §. 34.

Dersom man kun forestillede sig to tunge Elementardele i et Legeme; saa vilde begges Tyngdepunkt ligge i en ret ubøielig Linie, der forbandt dem med hinanden; imellem dette Tyngdepunkt og en 3die tung Deel gaves der atter saadant et Tyngdepunkt; kommer endnu en 4de Elementardeel hertil, hvad enten den saa ligger i een Plan med de forrige, eller ikke, saa gives der lige saadant et Tyngdepunkt imellem de 3 forriges Tyngdepunkt, i hvilket deres hele Tyngde kan tænkes forenet, og denne fierde. Og saaledes kan man slutte videre frem fra ethvert Antal tunge Elementer til et Tal, der er een større. Nu

gives

gives der i et faſt Legeme overalt tunge Elementer, der ere forbundne med hinanden ved Faſthed, ligeſom ved rette ubøielige Linier. Alle diſſe Elementer tilſammen, det er, det hele Legeme maae altſaa have et Tyngdepunkt, i hvilket man kan foreſtille ſig dets hele Vegt forenet. Holdes nu dette Punkt i den verticale Direction med en Kraft, der er lige ſtor med den hele Vegt; ſaa bliver Legemet i Hvile; men er dette Punkt enten ſlet ikke, eller ikke tilſtrækkelig underſtøttet; ſaa falder Legemet imod Jorden, eller kommer i det mindſte ikke til Hvile, førend dets Tyngdepunkt i en anden Beliggenhed faaer en Underſtøttelſe. Man ſeer let, hvor nyttigt det i utallige Tilfælde maae være, at finde dette Tyngdepunkt i Legemerne.

## §. 35.

En practiſk almindelig Methode er denne: Man ſkyder et Legeme ſ. Ex. paa det ſkarpe af et Fig. 12. treſidet Prisma ſaa længe hid og did, indtil den Deel $EF$ er i Ligevegt med den Deel $EK$. Altſaa er nu dets Tyngdepunkt underſtøttet, og maae følgelig findes i den verticale Plan, ſom gaaer igiennem det ſkarpe af Prisma og igiennem Legemet. Den heder Tyngdeplanen, fordi Tyngdepunktet ligger i den. Man igientage Forſøget, i det man kun bringer Legemet i en anden Beliggenhed (ſ. Ex. om man havde lagt et ret Par-

allelepipedum med een Side saaledes paa den skarpe Kant, at Sidelinierne giorde rette Vinkler med den, saa lade man dem nu giøre skieve Vinkler dermed); saa faaer man en anden Tyngdeplans Beliggenhed, da begge saa maae skære hinanden i en vertical Linie. Da denne indeholder Tyngdepunktet; saa heder den en Tyngdens Diameter. Giør man nu et tredie Forsøg, i det man lægger Legemet, som f. Ex. et prismatisk, paa en anden Side; saa faaer man en tredie Tyngdeplan, som skærer den forrige Diameter i et Punkt, der nødvendig maae være Legemets Tyngdepunkt. Almindelig ligger det i det inderste af Legemet, saa at dets Sted kun lader sig giette eller beregne, naar man ikke vil slaae Legemet i Stykker eller igiennembore det. Men ofteſt er det ogsaa nok, at man kun veed et Punkt paa Overfladen, igiennem hvilket den foromtalte verticale Tyngdens Diameter gaaer. Thi naar man kun understøtter dette Punkt i samme Direction, som den omtalte Diameter, saa opholdes Tyngdepunktet selv. Har Legemet en flad Side, saa er dette let at faae.

Et irregulært Legemes, f. Ex. det menneskelige Legemes, eller en Billedstøttes Tyngdepunkt lader sig finde ved følgende Methode: Man bringer et stærkt Bret i to forskiellige Beliggenheder i Ligevegt over den beskrevne skarpe Kant. Imedens det holdes i enhver af disse Beliggenheder, skyder

ſkyder man det irregulære Legeme frem og tilbage derpaa, ſaa længe indtil der kommer Ligevegt; ſaa faaer man to Tyngdeplaner for det ſidſte. Man giøre endnu engang Forſøget med det irregulære Legeme, i det man ved een eller anden æquilibrerende Beliggenhed af Brettet lader det paa en anden Side ſøge Ligevegt; ſaa har man den tredie Tyngdeplan. Paa denne Maade har man fundet det menneſkelige Legems Tyngdepunkt in pelvi inter femora, os pubis et inferiorem partem ſpinæ dorſalis.

## §. 36.

Uagtet Linier og Planer, i Følge deres Natur ingen egentlig Vegt kunne have; ſaa kan man dog foreſtille ſig tynde Traade, Metalblade og deslige Legemer af liden Tykkelſe, ſom tunge Linier eller Planer, hvis Vegt er ligeformig fordeelt overalt; og det ſaa meget des mere, da det Punkt i Overfladen, hvorigiennem Tyngdens verticale Diameter gaaer, er juſt for den liden Tykkelſes Skyld lidet eller ſlet intet forſkielligt fra det egentlige Tyngdepunkt. Heraf ſees følgende Opløsningers Brugbarhed:

1. En ret Linies Tyngdepunkt ligger paa dens Midte.

2. En Triangels, $ABC$, Tyngdepunkt ligger paa en Linie $CD$, der fra Spidſen af en Vinkel $C$ drages til Midten af den modſtaaende Fig. 14.

Fig. 14. Side, i $G$; saaledes at $CG$ er $= \frac{2}{3} CD$. Thi $CD$ deler $ABC$ i to lige store Triangler. Man drage, hvor man vil, Paralleler, som $HK$, med $AB$; saa er $HL = LK$, og de over $HK$ ligeformig udbredte Elementer holde hinanden Ligevegt. Det samme vilde skee, naar man trakde Linien $BM$. $CD$ og $BM$ ere altsaa Tyngdens Diametre, hvor de skære hinanden i $G$, ligger Tyngdepunktet. Gior man $BE = CB$, og drager $AE$ og $DF$ parallel; saa er $BF = \frac{1}{2} BE = \frac{1}{2} CB$, altsaa $CF = 3\,BF$, og $CB = 2.BF$. Men da $CM = MA$, og $CB = BE$; saa er ogsaa $BM = \frac{1}{2} AE = \frac{1}{2} DF$, og $CF : CB = CD : CG = 3\,BF : 2\,BF$; følgelig $CG = \frac{2}{3} CD$.

3. Et Parallelograms Tyngdepunkt ligger aabenbar i dets Diagonalers Skæringspunkt.

4. Enhver retlinet Figurs Tyngdepunkt findes, naar man betragter de Trianglers Tyngdepunkter, hvori man opløser dem, som tunge Punkter, hvis Vegt forholder sig som Trianglernes Størrelse, og søger deres fælles Tyngdepunkt, som §. 33.

Anm. Paa samme Maade finder man endnu andre Liniers og Planers Tyngdepunkt, som betragtes i Elementargeometrien. Saaledes er enhver Halvperipheries Tyngdepunkt $\frac{2r}{\pi}$, og hver Halvcirkels Tyngdepunkt $\frac{4r}{3\pi}$ borte fra Middelpunktet, naar $r$ betyder Radius, og $\pi$ det Tal 3,14.... Cirkellinien,

ens, Cirkelens, ligesom og alle i og om Cirkelen beskrevne Polygoners Tyngdepunkt, er, som let indsees, det samme som Cirkelens Middelpunkt. Omstændelige Beviser for disse og flere herhid hørende Sætninger finder man i Karstens Lehrbegr. Th. 3. 4ter Abschn. d. Stat.

## §. 37.

Hvad de geometriske Legemer angaaer, saa ere følgende Sætninger at mærke.

1. Et ret Parallelepipedums Tyngdepunkt ligger paa Midten af dets Axel, d. e. den Linie, som forbinder to lige over for hinanden liggende Grundfladers Tyngdepunkter. Den 35 §. viser tilstrækkelig Rigtigheden heraf. Thi af samme gielder denne Bestemmelse af Tyngdepunktet for alle saadanne Legemer, hvis parallele Giennemsnit ere ligedannede og lige store. Derfor er ogsaa

2. En Cylinders Tyngdepunkt i Midten af dens Axel.

3. Af Begrebet om Tyngdepunktet er det ogsaa klart, at det ved Kuglen er det samme som Middelpunktet.

Anm. Det er ogsaa beviist, at Tyngdepunktet i ethvert Prisma ligger paa Midten af den Linie, som forbinder Grundfladernes Tyngdepunkter; at det i Pyramiden og Keglen er $\frac{1}{4}$ af den Linie, der forbinder Spidsen med Grundfladens Tyngdepunkt, borte fra Spidsen; at det i Halvkuglen er $\frac{3}{8}$ $r$ fra Middelpunktet, naar $r$ betegner den fra Midten af den største Cirkel, der her tiener som Grundfladen, lodret oprettede Radius, o. s. v. Men

Rummet tillader ikke her, kun at anføre alle de Opløsninger, der paa denne Maade ere geometrisk fundne, end sige at forsyne dem med deres Beviser. Desuden lærer og den høiere Geometrie saa almindelige Methoder, til at finde Tyngdepunktet, at de udstrække sig til en Mængde Figurer og Legemer, hvis Oprindelsesmaade ikke kan forstaaes af Elementargeometrien. J. J. Krafts Mechanik Tom. I. Forel. V. Till. 4 er alt dette meget fuldstændig afhandlet.

## §. 38.

Af det Begreb, der §. 34. er givet om Tyngdepunktet, følger, at et Legeme hverken kan falde ned, eller tage imod nogen anden Beliggenhed, naar den Verticallinie, der falder fra Tyngdepunktet, falder lodret paa den Grundflade, hvorpaa Legemet staaer, men falder den ud over denne Grundflade, saa maae Legemet velte overende.

Et Legeme er altsaa saa meget desto sikrere for at falde, eller velte, jo længer det Punkt, hvor denne Verticallinie falder paa Grundfladen, er fra Randen eller Grændsen af Grundfladen. Endskiønt Legemet for sig selv ikke falder, saalænge kun endnu Verticallinien igiennem Tyngdepunktet understøttes, saa vilde dog det ringeste Stød fra Siden, endog den mindste Rystelse, kunne bringe det i den Beliggenhed, at denne Linie faldt ud over Grundfladen, naar dens Skæringspunkt med Grundfladen, saalænge Legemet staaer, endnu

ikke

ikke er mærkelig langt borte fra Randen. Derfor seer man let, hvorfor et Legeme, der er støttet paa en fiin Spids, ikke længe holder sig oppe. Ligeledes seer man, at Legemer af eet Slags, f. Ex. Prismer, Parallelepipeder, Pyramider, uagtet de have lige store Grundflader, dog ere lettere at støde om, følgelig mere udsatte for at falde, jo høiere de ere. Legemerne være *ABDE* ogfig. *ABFG*. Man bringe dem ved et Stød i den 15. Beliggenhed *aBde* og *aBfg*, saa er, uagtet deres Sider gjøre lige skieve Vinkler med Horizonten, dog det høiere Legems Tyngdepunkt *c* allerede rykket ud over *B*, det laveres Tyngdepunkt *C* ligger endnu paa den forrige Side af *B*. Uagtet samme Vinkel med Horizonten vilde altsaa det høiere falde om, men det lavere begive sig tilbage i sin forrige Stilling. — De berømte Taarne i Pisa og Bologna falde ikke, uagtet de staae skievt, fordi Verticallinien igiennem Tyngdepunktet endnu skære Grundfladen meget langt fra Randen. Equilibristernes Kunst beundre vi kun, fordi de vide at bevare Legemer fra at falde om, endskiønt de hvile paa fine Spidser, eller endskiønt deres Tyngde-Verticallinie stryger tet ved Randen af Grunden.

## §. 39.

Da det kun kommer an paa, at Tyngdepunktet hindres fra at synke; saa behøves det ikke, umiddelbar at understøtte det, naar man kun ved

andre

andre tilstrækkelige Midler veed at opnaae dette Øiemed. Saaledes vil Bielken $AB$, hvis Tyngdepunkt er i $G$, ligge ubevæget paa Støtterne, $C$ og $D$, saafremt dens Cohæsionskraft er tilstrækkelig til, at den ikke bøier sig ved sin egen Last, og Støtterne tillige have Styrke nok. I saadanne Tilfælde kan man ogsaa anseе en Plan, f. E. *efgb*, som Grundfladen. Denne Tanke vil man let kunne anvende paa det menneskelige og de dyriske Legemers Staaen og Gaaen, ligesom og paa Understøttelsen af en Bygnings forskiellige Dele.

Fig. 16

## §. 40.

Fig. 17.

Opg. Paa en tung Løftestang $AB$, af en given Længde, hænge de Vegter $P$ og $Q$ i $A$ og $B$; man skal finde det Sted, hvor Underlaget skal være.

Opl. Man søge paa een eller anden Maade, efter det, der er lært i §. 34 til 38., Løftestangens Tyngdepunkt (det være i $G$) og hvad den veier, ved Hielp af en Vegt (hvorom nedenfor), og forestille sig, at dens hele Vegt $H$ er ophængt i Punktet $G$. §. 34, saa kan Løftestangen betragtes som en mathematisk, hvorpaa der hænge tre Vegter, ligesom §. 33. Till. 2, 1. Altsaa er Underlagets Afstand fra $A$ eller $AC = \frac{AG.\ H + AB.\ Q}{P + Q + H}$ og $BC = \frac{BG.\ H + BA.\ P}{P + Q + H}$.

Ex.

Ex. Løftestangen være et Parallelepipedum Fig. 4 ℔ tung, og dens Længde $AB = 24$; saa ligger 17. $G$ i Midten af Arelen, saa at $AG = BG =$ 12. §. 37. 1. Nu være $Q = 20$, $P = 6$; saa er $AC = \frac{12.4 + 24.20}{6 + 20 + 4} = 17{,}6$, altsaa $BC = 6{,}4$; hvilket ogsaa Formlen giver.

## §. 41.

Efter §. 33. Till. 2, 2. er nu $AC.P + CG.H = BC.Q$. Deraf følger

1) $Q = \frac{AC.P + CG.H}{BC}$. 2) $P = \frac{BC.Q - CG.H}{AC}$

3) $H = \frac{BC.Q - AC.P}{CG}$. 4) $BC = \frac{AC.P + CG.H}{Q}$

5) $AC = \frac{BC.Q - CG.H}{P}$. 6) $CG = \frac{BC.Q - AC.P}{H}$

Da nu $Q$ betyder den større Vegt eller Lasten, $P$ Kraften, $H$ Løftestangens Vegt, $BC$ Underlagets Afstand fra Lasten, $AC$ fra Kraften, og $CG$ denne Afstand fra Løftestangens Tyngdepunkt, saa seer man, hvorledes 5 af disse Størrelser altid bestemme den 6te.

Ex. $Q$ være $= 60$ ℔; $H = 4$ ℔; $CG$ skal være $= 8$, altsaa $BC = 4$, og $AC = 20$; saa maae $P$ være $= \frac{4.60 - 8.4}{20} = 10{,}4$ ℔.

§. 42.

Fig. 16. Opg. At finde, i hvad for en Proportion Støtterne, $C$ og $D$, maae bære, naar en Last $S$ paa en Stang eller Bielke ligger den ene Støtte nærmere end den anden.

Opl. De understøttede Punkter være $a$ og $b$, og man forestille sig først Stangen som en mathematisk Løftestang, saa er $g$, eller det Punkt, hvorigiennem Verticallinien gaaer fra Tyngdepunktet, at anse som Lastens $S$ Hængepunkt. Trakde i $a$ en Kraft $P$ vertical opad, der var ligesaa stor som Trykningen paa Støtten $C$, saa kunde man undvære denne Støtte. Men da er $ab$ at betragte som en eenarmet Løftestang, der er understøttet i $b$; og $P$ er $= bg.\frac{S}{ba}$. Ved samme Slutning finder man en Kraft, der er lige stor med Trykningen paa $D$, eller $Q = ag.\frac{S}{ab}$. Altsaa bære de to Støtter, $C$ og $D$, i den Forhold $bg : ag$, d. e. omvendt som deres Afstande fra Lasten.

Er Stangen, Bielken o. d. l., hvorpaa Lasten $S$ ligger, selv en betydelig Last; saa maae man først søge Bielkens Tyngdepunkt $G$, som §. 40, og derpaa bringe Bielkens og Lastens $S$ Vegt til een. Den være $R$, og hænge i $g2$; saa seer man, at den samme Opløsning finder Sted. Saaledes og, om flere Laster ligge hist og her paa $AB$.

Heraf

Heraf lader det sig finde, i hvad Forhold Støtter, Vægge o. d. l. i en Bygning ere besværede, naar Stokværkerne paa den ene Side faae stærkere Laster; hvorledes man kan stille to Personer, der skulle bære en Last paa en Stang, overeenstemmende med deres Kræfter, o. d. l.

Man seer ogsaa, at, dersom Stangen skal opholdes ved Vegter, $P$ og $Q$, der ere dragne over Tridser, maae deres Sum $P+Q$ være $=(bg+ag)\frac{S}{ba}=S$, men de selv forholde sig, som $bg:ag$.

## IV. Om Vegterne.

### §. 43.

En af de brugbareste Anvendelser af den toarmede Løftestang ere Vegterne. Ere Armene lige store, saa kalder man saadant et Instrument en Skaalvegt eller Kræmmervegt; ere de af ulige Størrelse, og det den ene meget længer end den anden; saa heder det en Bismer.

### §. 44.

Den 18de Figur forestiller Skaalvegten. I Linien $AB$ ere Vegtskaalernes, $P$ og $Q$, Hængepunkter, $A$ og $B$, og Vegtbielkens Tyngdepunkt $G$. I $C$ forestille man sig den skarpe Kant af den Tap, der er lodret paa Vegtbielkens Flade, hvor- Fig. 18.

Fig. 18. hvormed Vegtbielken ligger i Huulningen paa Grebet, som her ikke er tegnet. Lægger man nu lige store Vegter i $P$ og $Q$; saa bliver Tyngdepunktet endnu i $G$, og Tungen $EF$ rykker ikke frem fra Grebet. En Vegt, som man endnu lagde mere f. Ex. i $Q$, vilde giøre, at Tyngdepunktet kom til at ligge henimod $Q$, f. Ex. i $D$ paa $AB$. Da det nu kun kan understøttes i Directionen $CG$; saa maae i det Fald, som her er tegnet, da Vegtbielkens Tyngdepunkt $G$ laae noget lavere end Hængepunktet $C$, Armen slaae over paa den Side, hvor $Q$ er, og kan ikke komme til at hvile, førend $CD$ er kommen over Vinkelen $GCD$. Var $GC$ større, d. e. Hænge- og Tyngdepunktet længer fra hinanden, saa var $GCD$ mindre, d. e. Udslaget ikke saa stærkt, naar den tillagte Vegt, og følgelig $GD$ bliver ligesaa stor, som før, som Fig. $\alpha$ viser. Var $GC$ endnu mindre, saa vilde $GCD$, d. e. Udslaget ved ligesaa megen tillagt Vegt endnu blive større, og kunde følgelig med en endnu ringere Forskiel af Vegter blive ligesaa mærkelig, som i det første Tilfælde. I Almindelighed sees, at jo større eller mindre den tillagte Vegt er, naar Vegtbielken er den samme, desto større eller mindre er $GD$, følgelig ogsaa $GCD$ eller Udslaget større eller mindre.

Denne Betragtning viser allerede Forskiellen imellem en trang og bevægelig Vegt. Den er saa meget desto bevægeligere, jo mindre Høiden af Hæn-

Hængepunktet $C$ er over Vegtbielkens Tyngde-punkt $G$. Faldt $G$ og $C$ paa eet Sted; saa faldt $DC$ paa $AB$, og altsaa maatte Vegtbielken ved det mindste Tillæg gaae over i den verticale Stilling. Man seer letteliq, at den endog maatte gaae igiennem en større Vinkel end 90°, dersom Punktet $C$ laae under $G$. Fig. 18.

Probeervegter, Guldvegter, hydrostatiske Vegter maae være meget fine, d. e. slaae ud endog ved den mindste Overvegt. Derfor maae de indrettes saaledes, at $G$ ligger meget nær under $C$. Ved Vegter til almindeligt Brug ligger $G$ allerede dybere under $C$, fordi man just ikke vil, at Gran skulle foraarsage noget Udslag. Allermindst behøves dette ved store Vegter, hvorpaa der veies Centnerlaster. Vare de alt for bevægelige, saa kunde deres pludselige Udslag giøre Skade; dog maae de heller ikke være alt for trange, paa det at ikke hele Pund skulle blive ukiendelige. Men under ingen Omstændigheder maae man giøre Indretningen saaledes, at $G$ falder i eet med $C$, eller endog ligger høiere end $C$.

## §. 45.

Tungen er nødvendig af den Aarsag, at Udslaget kan paa den falde tydeligere i Øiet, naar den kommer ud af Tangen eller Grebet. Jo længer den er, desto bedre vilde den være til dette Brug. Men naar den slaaer ud, giør den atter

Fig. 18. den Side af Vegtbielken, som den vender hen til, tungere, saa at altsaa det hele Udslag ikke maatte tilskrives den mere Vegt i Skaalen alene. Fornemmelig for at afhielpe dette, giør man den Tilsætning af Metal i *klm*; thi da denne ved Udslaget gaaer over til den modsatte Side; saa faaer Tungen en Modvegt. Det er Hovedsagen for Kunstneren, at giøre denne Tilsætning netop saa stor, som behøves. Thi er den alt for stor, hindrer den igien, at Tungen ikke behørig kan slaae ud.

Den skarpe Kant, hvorom Axelen saavelsom Vegtskaalerne bevæge sig i deres Hængepunkter, har sin gode Nytte; dog maae de ikke være for skarpe, paa det at de ikke skulle skære ind i deres Huller. Ved Vegtskaalerne tiener denne skarpe Kant ogsaa tillige dertil, at de bestandig hænge paa det samme Punkt.

## §. 46.

En Skaalvegt er falsk, naar den ene Arm er længere end den anden. Bedrageren hænger da en saa meget tungere Vegtskaal paa den korteste Arm, paa det at alting kan synes at staae i Ligevegt, naar der ingen Last er paa. Vahrene vil han nu lægge i Skaalen paa den længste Arm; saa synes de at veie mere, fordi man vurderer dem efter Pundvegten i den anden Vegtskaal, hvilken dog maae være større end Vahrenes Vegt, da den hænger paa den korteste Arm.

For-

Formoder man Bedragerie; saa opdager man det vist, ved at bytte Vegtskaaler, eller og ved at ombytte Vahre og Vegt. Det sidste tiener endog til, ved Hielp af en falsk Vegt selv at finde, hvad Vahrene virkelig veie. Thi Vahrene være $m$; naar de lægges i $P$, være den fornødne Modvegt $q$; men lægger man $m$ i $Q$; saa udfordres Vegten $p$; da er i første Fald $q : m = AG : BG$; i andet Fald er $m : p = AG : BG$. Følgelig $q : m = m : p$, og $m = \sqrt{q.p}$, d. e. den mellemste Proportionalstørrelse imellem de forskiellige Vegter giver Vahrenes Vegt.

## §. 47.

Bismeren forsynes ogsaa beqvemmest med en Tunge; paa den korteste Arm ophænges Vahrene i en Hage, vel ogsaa i en Vegtskaal; paa den længste kan Vegten skydes frem og tilbage ved Hielp af en Ring, for at forandre dens Moment. Den korteste Arm er oven til tykkere i Metal, og paa det Sted $B$, hvor Vahrene ophænges, igiennemboret i lige Høide med den øverste Rand af den lange; endnu noget høiere oppe henpaa Siden ligger Bevægelsespunktet $C$. Paa denne Maade udvirker man, at begge Hængepunkter komme ved Ligevegt til at ligge i en Horizontallinie, men Tyngdepunktet noget lavere end Bevægelsespunktet. Ogsaa her kommer det an paa denne Beliggenhed, om en Bismer angiver store eller smaae Forskielle, Fig. 19.

og altsaa gielder alt, hvad der §. 44. er sagt om Skaalvegten.

De Bismere, hvormed meget tunge Vegter, som eet Menneske ikke kan holde, skulle veies, maae ophænges i en Krog eller Ring ved Tangen.

## §. 48.

Fig. 19. Ere den lange og korte Arm, (Hagerne eller Vegtskaalen iberegnede) i Ligevegt; saa behøver man kun at tage $FB$ saa mange Gange paa $FA$, som det gaaer an, saa ville, i den enkelte Afstand Vahrene $Q$ være $= P$, i den dobbelte $Q = 2P$, o. s. f.

Er Vegtbielken allerede færdig, og $P$ ligeledes foreskrevet; men den korteste Arm er tungere end den længste, eller og omvendt; saa skyde man $P$ saa længe hen paa den længste eller korteste Arm, indtil man faaer Ligevegt. Man mærke de Punkter $M$, man saaledes har faaet, og fra disse som Begyndelsespunkter afsætte man $BF$, saa ofte det gaaer an, paa den længste Arms Side, eller hen imod $A$; saa ville Vahrene $Q$ være $= P$, naar $P$ frembringer Ligevegt i I eller 1; staaer Tungen inde, naar $P$ er i II eller 2; saa er $Q = 2P$, o. s. v. Grunden til dette Forhold lader sig saaledes overse: Naar Vegtbielkens Tyngdepunkt antages i Punkterne $G$; saa er i begge Tilfælde, naar $W$ er Vegtbielkens Vegt, $W. FG = P. FM$.

Nu

Nu være $x$ i ethvert Tilfælde Afstanden af Vegten $P$ fra $F$ hen imod $A$, saa er:

1) Naar den korteste Arm er tungest, $Q.FB+W.FG=P.x$, eller $Q.FB=Px-P.FM$, eller $Q:P=x-FM:FB$. Er altsaa $Q=P$; saa er $x-FM=FB$, eller $x=FM+FB=FI$. Er $Q=2P$; saa er $x-FM=2FB$, eller $x=FM+2FB=FII$; o. s. v.

2) Naar den længste Arm er den tungeste; saa er $Q.FB=W.FG+Px=Px+P.FM$. og $Q:P=x+FM:FB$. Er nu her $Q=P$; saa er $x=FB-FM=F1$; er $Q=2P$; saa er $x=2FB-FM=F2$, o. s. v.

For Resten erindrer jeg, at, saa theoretisk rigtig endog denne Methode er, gior man dog bedre i, om man søger at bringe den hele Inddeling i Stand ved Hielp af allerede afpassede Vegter, da det er saa vanskeligt, ved Deling med Passeren at bruge Nøiagtighed nok.

Naar man paa nye behørig inddeler de store Inddelinger, saasom $MI$, i lige store Dele; saa kan man ogsaa med Bismeren veie de Vegter, der ligge imellem $P$ og $2P$, eller endog ere mindre end $P$.

Naar man paa den samme Bismer gior paa den underste Side den Indretning, at der endnu findes eet Bevægelsespunkt i den, i en mindre Afstand fra Hængepunktet; saa kan man efter sam-

me Regler anbringe Inddelinger paa denne Side for endnu større Laster, og veie dem med den samme Modvegt *P*.

Ellers er det vist nok sandt, at Bedragerie ikke saa let kan opdages ved en Bismer, som ved Skaalvegten, at den altsaa kun og kan tillades til Huusholdnings- og offentligt Brug.

I nogle Egne har man ogsaa Bismere, hvorpaa Hvilepunktet kan flottes, men Vegten er ubevægelig paa den ene Ende.

Den af Leupold forfærdigede, og i Theatr. Statico Cap. VI. beskrevne Leipzigske Høevegt, hvorpaa der kan veies fra 3 til 58 Centner, er intet andet end en Bismer. Den er henved 6 Alen lang, og man erholder alting derved, at Lastens Hængepunkt er nærmere ved Hvilepunktet, naar Lasten er over 20 Centner, og at der i Begyndelsen kun paahænges een Modvegt, men ved større Laster endnu en anden, og tilsidst endnu en tredie paa bestemte Punkter.

## §. 49.

Har man imidlertid ikke Plads, til at anbringe saa lange Arme, som der udfordres til at veie store Laster; saa kan man ogsaa betiene sig af sammensatte Løftestange i Stedet for Bismeren.

Fig. 20. F. Ex. Paa Krogene, *A* og *B*, hænger saadan en Indretning. *CD* er en fast Stang med en lang Aabning ved *K*, hvori Løftestangen *KG*, der

der er bevægelig omkring Punktet $N$, kan gaae op og ned. I $D$ er ogsaa en Tap, hvorom Løftestangen $ED$ kan dreie sig. Stangen $FE$ forbinder $ED$ og $GK$ med hinanden. En Modvegt i $G$ holder den lange Arm $NK$ for sig i Ligevegt, og $IH$ er Tungen. Naar nu Vahrene $Q$ ophænges i $M$; saa vilde, fordi $ED$ er en eenarmet Løftestang, den Modvegt $\frac{MD. Q}{ED}$ udfordres i $E$. Saa meget altsaa maae Punktet $F$ paa den toarmede Løftestang $FK$ holde imod. Sæt nu, at Vegten $L$ paa den lange Arm $NK$ var saa stærk, at den kunde meddele Punktet $F$ den Bestræbelse at trække opad med denne Kraft; saa maatte $L$ være $= \frac{FN}{ON} \cdot \frac{MD}{ED} \cdot Q$, og $Q = \frac{ON. ED}{FN. MD} L$. Var altsaa $L = 1$ Centner, og $FN : ON = MD : ED = 1 : 10$; saa er $Q = 100$ Centner i Tilfælde af Ligevegt. Var $MD = 6$ Tommer; saa behøvede $DE$ kun at være 5 Fod lang.

Anm. I alle Tilfælde, naar man ikke ret forlader sig paa en Vegts Inddeling, kan man hielpe sig paa følgende Maade, for at finde den sande Vegt af den Ting, der skal veies. Man lægger den tilste paa sit Sted, og bringer den ved en Modvegt til Ligevegt. Derpaa tager man den bort, og lægger saa mange bestemte Vegter i dens Sted, indtil Tungen igien staaer inde. De tilste ville vist vise den sande Vegt af den Ting, der skal veies. Denne Omgangsmaade er vist nok mindre besværlig ved

Skaalvegten end ved Bismeren, og er især at anprise ved Probeervegter.

## V. Om den brækkede Løftestang.

### §. 50.

Fig. 21. Man forestille sig Fig. 21. en Skive uden Tyngde, der kan dreie sig omkring $C$, i hvilken der er beskreven en Cirkel, som er concentrisk med dens Omkreds; nu trække en Kraft $P$ lodret paa Radius af den største Cirkel $CA$ i $A$, og en Kraft $Q$ lodret paa Radius af den mindre i $B$. Det er aabenbart, da Skiven ingen Tyngde skal have, at det er det samme, om her intet andet var, end Radierne, eller rettere de rette ubøielige Linier, $CA$ og $CB$, der bøie sig til hinanden under den Vinkel $BCA$, som dreier sig omkring $C$. Saadan en Indretning skal hede en Vinkel-Løftestang eller en brækket Løftestang.

Under samme Omstændigheder altsaa, da der ved Skiven er Ligevegt, naar Trækningen er lodret paa Radius, vil der og være Ligevegt paa den brækkede Løftestang, naar Kræfterne ere anbragte lodrette paa Endepunkterne af dens Arme, $AC$ og $BC$.

### §. 51.

Fig. 21. Kræfterne, $P$ og $Q$, trække lodret paa Endepunkterne, $A$ og $B$, af den brækkede Løfte-

Løftestang $BCA$. Ere de i Ligevegt, saa forholde de sig omvendt, som Armene af den brækkede Løftestang, eller $P : Q = BC : AC$.

Bev. Med Radierne $BC$ og $AC$ beskrive man Cirkler, der forestille Skiver uden Tyngde. Man drage Linien $bCa$ horizontal, og hænge $q = Q$ i $b$, og $p = P$ i $a$. Da nu $q$ er i Ligevegt med $Q$, og $p$ med $P$. §. 26, saa er der nu vist Ligevegt paa Skiven. Men $P$ var ogsaa i Ligevegt med $Q$ efter Forudsættelsen; tager man dem altsaa bort, saa er der endnu Ligevegt imellem $p$ og $q$. Disse kunne betragtes, som de hængde paa en toarmet Løftestang $aCb$, fordi Skiven ingen Indflydelse har paa Virkningen. Altsaa er $p : q = bC : aC$. Da nu $P = p$, $Q = q$, $bC = BC$, $aC = AC$; saa er ogsaa $P : Q = BC : AC$ paa Skiven i Tilfælde af Ligevegt, altsaa og paa den brækkede Løftestang $BCA$ efter §. 50.

## §. 52.

Naar Kræfterne, $P$ og $Q$, paa Armene af en brækket Løftestang $BCA$ trække under skieve Vinkler; saa maae de i Tilfælde af Ligevegt forholde sig omvendt, som de Perpendiculærer, der falde fra Hvilepunktet $C$ paa deres Directionslinier, $AP$ og $BQ$, eller da er $P : Q = CE : CD$. Fig. 22.

Fig. 18. den Side af Vegtbielken, som den vender hen til, tungere, saa at altsaa det hele Udslag ikke maatte tilskrives den mere Vegt i Skaalen alene. Fornemmelig for at afhielpe dette, giør man den Tilsætning af Metal i *klm*; thi da denne ved Udslaget gaaer over til den modsatte Side; saa faaer Tungen en Modvegt. Det er Hovedsagen for Kunstneren, at giøre denne Tilsætning netop saa stor, som behøves. Thi er den alt for stor, hindrer den igien, at Tungen ikke behørig kan slaae ud.

Den skarpe Kant, hvorom Axelen saavelsom Vegtskaalerne bevæge sig i deres Hængepunkter, har sin gode Nytte; dog maae de ikke være for skarpe, paa det at de ikke skulle skære ind i deres Huller. Ved Vegtskaalerne tiener denne skarpe Kant ogsaa tillige dertil, at de bestandig hænge paa det samme Punkt.

## §. 46.

En Skaalvegt er falsk, naar den ene Arm er længere end den anden. Bedrageren hænger da en saa meget tungere Vegtskaal paa den korteste Arm, paa det at alting kan synes at staae i Ligevegt, naar der ingen Last er paa. Vahrene vil han nu lægge i Skaalen paa den længste Arm; saa synes de at veie mere, fordi man vurderer dem efter Pundvegten i den anden Vegtskaal, hvilken dog maae være større end Vahrenes Vegt, da den hænger paa den korteste Arm.

For-

Formoder man Bedragerie; saa opdager man det vist, ved at bytte Vegtskaaler, eller og ved at ombytte Vahre og Vegt. Det sidste tiener endog til, ved Hielp af en falsk Vegt selv at finde, hvad Vahrene virkelig veie. Thi Vahrene være $m$; naar de lægges i $P$, være den fornødne Modvegt $q$; men lægger man $m$ i $Q$; saa udfordres Vegten $p$; da er i første Fald $q : m = AG : BG$; i andet Fald er $m : p = AG : BG$. Følgelig $q : m = m : p$, og $m = \sqrt{q.p}$, d. e. den mellemste Proportionalstørrelse imellem de forskiellige Vegter giver Vahrenes Vegt.

## §. 47.

Bismeren forsynes ogsaa beqvemmest med en Tunge; paa den korteste Arm ophænges Vahrene i en Hage, vel ogsaa i en Vegtskaal; paa den længste kan Vegten skydes frem og tilbage ved Hielp af en Ring, for at forandre dens Moment. Den korteste Arm er oven til tykkere i Metal, og paa det Sted $B$, hvor Vahrene ophænges, igiennemboret i lige Høide med den øverste Rand af den lange; endnu noget høiere oppe henpaa Siden ligger Bevægelsespunktet $C$. Paa denne Maade udvirker man, at begge Hængepunkter komme ved Ligevegt til at ligge i en Horizontallinie, men Tyngdepunktet noget lavere end Bevægelsespunktet. Ogsaa her kommer det an paa denne Beliggenhed, om en Bismer angiver store eller smaae Forskielle, Fig. 19.

og altsaa gielder alt, hvad der §. 44. er sagt om Skaalvegten.

De Bismere, hvormed meget tunge Vegter, som eet Menneske ikke kan holde, skulle veies, maae ophænges i en Krog eller Ring ved Tangen.

## §. 48.

Fig. 19. Ere den lange og korte Arm, (Hagerne eller Vegtskaalen iberegnede) i Ligevegt; saa behøver man kun at tage $FB$ saa mange Gange paa $FA$, som det gaaer an, saa ville, i den enkelte Afstand Vahrene $Q$ være $= P$, i den dobbelte $Q = 2P$, o. s. f.

Er Vegtbielken allerede færdig, og $P$ ligeledes foreskrevet; men den korteste Arm er tungere end den længste, eller og omvendt; saa skyde man $P$ saa længe hen paa den længste eller korteste Arm, indtil man faaer Ligevegt. Man mærke de Punkter $M$, man saaledes har faaet, og fra disse som Begyndelsespunkter afsætte man $BF$, saa ofte det gaaer an, paa den længste Arms Side, eller hen imod $A$; saa ville Vahrene $Q$ være $= P$, naar $P$ frembringer Ligevegt i I eller 1; staaer Tungen inde, naar $P$ er i II eller 2; saa er $Q = 2P$, o. s. v. Grunden til dette Forhold lader sig saaledes overse: Naar Vegtbielkens Tyngdepunkt antages i Punkterne $G$; saa er i begge Tilfælde, naar $W$ er Vegtbielkens Vegt, $W. FG = P. FM$.

Nu

Nu være $x$ i ethvert Tilfælde Afstanden af Vegten $P$ fra $F$ hen imod $A$, saa er:

1) Naar den korteste Arm er tungest, $Q.FB+W.FG=P.x$, eller $Q.FB=Px-P.FM$, eller $Q:P=x-FM:FB$. Er altsaa $Q=P$; saa er $x-FM=FB$, eller $x=FM+FB=FI$. Er $Q=2P$; saa er $x-FM=2FB$, eller $x=FM+2FB=FII$; o. s. v.

2) Naar den længste Arm er den tungeste; saa er $Q.FB=W.FG+Px=Px+P.FM$. og $Q:P=x+FM:FB$. Er nu her $Q=P$; saa er $x=FB-FM=F1$; er $Q=2P$; saa er $x=2FB-FM=F2$, o. s. v.

For Resten erindrer jeg, at, saa theoretisk rigtig endog denne Methode er, giør man dog bedre i, om man søger at bringe den hele Inddeling i Stand ved Hielp af allerede afpassede Vegter, da det er saa vanskeligt, ved Deling med Passeren at bruge Nøiagtighed nok.

Naar man paa nye behørig inddeler de store Inddelinger, saasom $MI$, i lige store Dele; saa kan man ogsaa med Bismeren veie de Vegter, der ligge imellem $P$ og $2P$, eller endog ere mindre end $P$.

Naar man paa den samme Bismer giør paa den underste Side den Indretning, at der endnu findes eet Bevægelsespunkt i den, i en mindre Afstand fra Hængepunktet; saa kan man efter sam-

me Regler anbringe Inddelinger paa denne Side for endnu større Laster, og veie dem med den samme Modvegt *P*.

Ellers er det vist nok sandt, at Bedragerie ikke saa let kan opdages ved en Bismer, som ved Skaalvegten, at den altsaa kun og kan tillades til Huusholdnings- og offentligt Brug.

I nogle Egne har man ogsaa Bismere, hvorpaa Hvilepunktet kan flottes, men Vegten er ubevægelig paa den ene Ende.

Den af Leupold forfærdigede, og i Theatr. Statico Cap. VI. beskrevne Leipzigske Høevegt, hvorpaa der kan veies fra 3 til 58 Centner, er intet andet end en Bismer. Den er henved 6 Alen lang, og man erholder alting derved, at Lastens Hængepunkt er nærmere ved Hvilepunktet, naar Lasten er over 20 Centner, og at der i Begyndelsen kun paahænges een Modvegt, men ved større Laster endnu en anden, og tilsidst endnu en tredie paa bestemte Punkter.

## §. 49.

Har man imidlertid ikke Plads, til at anbringe saa lange Arme, som der udfordres til at veie store Laster; saa kan man ogsaa betiene sig af sammensatte Løftestange i Stedet for Bismeren.

Fig. 20. F. Ex. Paa Krogene, *A* og *B*, hænger saadan en Indretning. *CD* er en fast Stang med en lang Aabning ved *K*, hvori Løftestangen *KG*, der

der er bevægelig omkring Punktet $N$, kan gaae op og ned. I $D$ er ogsaa en Tap, hvorom Løftestangen $ED$ kan dreie sig. Stangen $FE$ forbinder $ED$ og $GK$ med hinanden. En Modvegt i $G$ holder den lange Arm $NK$ for sig i Ligevegt, og $IH$ er Tungen. Naar nu Vahrene $Q$ ophænges i $M$; saa vilde, fordi $ED$ er en eenarmet Løftestang, den Modvegt $\frac{MD.\ Q}{ED}$ udfordres i $E$. Saa meget altsaa maae Punktet $F$ paa den toarmede Løftestang $FK$ holde imod. Sæt nu, at Vegten $L$ paa den lange Arm $NK$ var saa stærk, at den kunde meddele Punktet $F$ den Bestræbelse at trække opad med denne Kraft; saa maatte $L$ være $= \frac{FN}{ON} \cdot \frac{MD}{ED} \cdot Q$, og $Q = \frac{ON.\ ED}{FN.\ MD} L$. Var altsaa $L = 1$ Centner, og $FN : ON = MD : ED = 1 : 10$; saa er $Q = 100$ Centner i Tilfælde af Ligevegt. Var $MD = 6$ Tommer; saa behøvede $DE$ kun at være 5 Fod lang.

Anm. I alle Tilfælde, naar man ikke ret forlader sig paa en Vegts Inddeling, kan man hielpe sig paa følgende Maade, for at finde den sande Vegt af den Ting, der skal veies. Man lægger den sidste paa sit Sted, og bringer den ved en Modvegt til Ligevegt. Derpaa tager man den bort, og lægger saa mange bestemte Vegter i dens Sted, indtil Tungen igien staaer inde. De sidste ville vist vise den sande Vegt af den Ting, der skal veies. Denne Omgangsmaade er vist nok mindre besværlig ved

Skaalvegten end ved Bismeren, og er især at anprise ved Probeervegter.

## V. Om den brækkede Løftestang.

### §. 50.

Fig. 21. Man forestille sig Fig. 21. en Skive uden Tyngde, der kan dreie sig omkring $C$, i hvilken der er beskreven en Cirkel, som er concentrisk med dens Omkreds; nu trække en Kraft $P$ lodret paa Radius af den største Cirkel $CA$ i $A$, og en Kraft $Q$ lodret paa Radius af den mindre i $B$. Det er aabenbart, da Skiven ingen Tyngde skal have, at det er det samme, om her intet andet var, end Radierne, eller rettere de rette ubøielige Linier, $CA$ og $CB$, der bøie sig til hinanden under den Vinkel $BCA$, som dreier sig omkring $C$. Saadan en Indretning skal hede en Vinkel-Løftestang eller en brækket Løftestang.

Under samme Omstændigheder altsaa, da der ved Skiven er Ligevegt, naar Trækningen er lodret paa Radius, vil der og være Ligevegt paa den brækkede Løftestang, naar Kræfterne ere anbragte lodrette paa Endepunkterne af dens Arme, $AC$ og $BC$.

### §. 51.

Fig. 21. Kræfterne, $P$ og $Q$, trække lodret paa Endepunkterne, $A$ og $B$, af den brækkede Løfte-

Løftestang $BCA$. Ere de i Ligevegt, saa forholde de sig omvendt, som Armene af den brækkede Løftestang, eller $P : Q = BC : AC$.

Bev. Med Radierne $BC$ og $AC$ beskrive man Cirkler, der forestille Skiver uden Tyngde. Man drage Linien $bCa$ horizontal, og hænge $q = Q$ i $b$, og $p = P$ i $a$. Da nu $q$ er i Ligevegt med $Q$, og $p$ med $P$. §. 26, saa er der nu vist Ligevegt paa Skiven. Men $P$ var ogsaa i Ligevegt med $Q$ efter Forudsættelsen; tager man dem altsaa bort, saa er der endnu Ligevegt imellem $p$ og $q$. Disse kunne betragtes, som de hængde paa en toarmet Løftestang $aCb$, fordi Skiven ingen Indflydelse har paa Virkningen. Altsaa er $p : q = bC : aC$. Da nu $P = p$, $Q = q$, $bC = BC$, $aC = AC$; saa er ogsaa $P : Q = BC : AC$ paa Skiven i Tilfælde af Ligevegt, altsaa og paa den brækkede Løftestang $BCA$ efter §. 50.

## §. 52.

Naar Kræfterne, $P$ og $Q$, paa Armene af en brækket Løftestang $BCA$ trække under skieve Vinkler; saa maae de i Tilfælde af Ligevegt forholde sig omvendt, som de Perpendiculærer, der falde fra Hvilepunktet $C$ paa deres Directionslinier, $AP$ og $BQ$, eller da er $P : Q = CE : CD$. Fig. 22.

Fig. 22. **Bev.** Dersom man igien foreſtiller ſig, at den brækkede Løfteſtang laae i en Plade, eller i et ubeſkieligt Blik uden al Tyngde $LN$, der kunde bevæges omkring $C$; saa vilde alt det, der gielder om denne Plade, ogsaa gielde om den brækkede Løfteſtang, og omvendt §. 50. Dersom der i $A$ ogsaa trakde en Kraft $V=P$ i den modſatte Direction $AM$, og i $B$ en Kraft $R=Q$ i Directionen $BM$; saa var der endnu Ligevegt. Tog man Kræfterne $P$ og $Q$ bort fra $A$ og $B$, og lod dem virke paa de Steder $D$ og $E$, hvor Perpendiculærerne ſtøde mod deres Directionslinier, efter de Directioner $DP$ og $EQ$; saa vilde der endnu blive Ligevegt. De have i Almindelighed, i Tilfælde af Ligevegt, eens Forhold til hinanden, man maae saa lade dem virke, i hvilket Punkt af deres Directionslinie man vil. Ere de anbragte i Punkterne $D$ og $E$; saa er, fordi $DCE$ foreſtiller en brækket Løfteſtang, paa hvis Arme de virke lodret, efter den forrige §. $P:Q=CE:CD$. Altſaa og i alle andre Tilfælde, og følgelig ogsaa i $A$ og $B$, hvor de virke ſkievt paa den brækkede Løfteſtang $BCA$, er $P:Q=CE:CD$ i Tilfælde af Ligevegt.

**Till.** Da der af denne Proportion følger, at $P.CD=Q.CE$; saa ere paa den brækkede Løfteſtang, i Tilfælde af Ligevegt, Producterne af Kræfterne i deres Directionsliniers lodrette Afſtand fra Hvilepunktet paa begge Sider lige ſtore.

Oven-

Ovenfor ved den retlinede Løftestang vare Løftestangens Arme selv virkelig disse Afstande. Begrebet om Moment bliver altsaa herved almindeligere.

## §. 53.

Kræfterne $P$ og $Q$, anbragte som i forrige §., maae nødvendig stræbe at bevæge eller trykke Punktet $C$ i een eller anden Direction. Blev Stiften i $C$, eller hvad der ellers holder Punktet, taget bort; saa vilde $C$ gaae frem i en lige Linie, der hverken kan være Directionen af $P$ eller af $Q$, men ligger imellem begge. Den skal derfor hede Mellem-Directionen. Da Kræfterne efter forrige §. trække ethvert Punkt af deres Directionslinie lige stærkt; saa forlænge man disse Directionslinier, indtil de skære hinanden i $M$; og man faaer et Punkt, som begge stræbe at bevæge, hver efter sin Direction. Men da det dog ikke viger, saa maae der være noget, som holder det. Dette kan intet andet være, end Stiften i $C$, der altsaa giør Modstand i Directionen $CM$, d. e. trykkes i Directionen $MC$. Følgelig er $MC$ Mellemdirectionen af Kræfternes, $P$ og $Q$, Trykning, og man seer, hvorledes den kan findes. Fig. 22.

## §. 54.

Drager man $CF \parallel QM$, og $CG \parallel PM$; saa er Tr. $GCE \sim CFD$, fordi, foruden Fig. 22.

Fig. 22. uden de rette Vinkler ved $E$ og $D$, er V. $EGC$ = V. $GMF$ = V. $CFD$. §. 83 Geom. Altsaa $CG : CF = CE : CD$, og fordi $CG = MF$, og $CF = MG$; saa er $MF : MG = CE : CD$. Følgelig er efter §. 52. $P : Q = MF : MG$. Dette giver en nye Methode, til at finde Kræfternes Mellemdirection: Paa Kræfternes Directionslinier tage man fra Punktet $M$ af, hvor de skære hinanden, to Linier, der forholde sig til hinanden som Kræfterne, og opfylde Parallelogrammet under disse Linier; saa giver Beliggenheden af dets Diagonallinie igiennem Foreningspunktet $M$ ogsaa Kræfternes Mellemdirection.

## VI. Kræfternes Sammensættelse.

### §. 55.

Fig. 22. Dersom begge Kræfterne, $P$ og $Q$, virkelig vare umiddelbar anbragte i Punktet $M$, og Punktet $M$ skulde ikke bevæge sig; saa maatte det holdes tilbage i Directionen $CM$. Forlænger man $CM$ ud over $M$ mod $H$, saa vilde en Kraft, der trakde i Directionen $MH$, naar den kun blev tagen stærk nok, kunne holde Punktet $M$ ubevægeligt. Var den ikke, saa vilde de forenede $P$ og $Q$ skyde Punktet $M$ frem efter $MC$. Forestiller man sig, at een eneste Kraft, der virkede i Directionen $MC$, trykkede Punktet $M$ lige-

$M$ ligesaa stærkt som de forenede; saa kan den hede Mellemkraft, der maae for saa vidt hede sammensat af $P$ og $Q$, hvilke man kalder yderste eller Sidekræfter, fordi den i Directionen $MC$ skal giøre det samme, som begge de andre tilsammen giøre. Denne Mellemkraft maae altsaa og være ligesaa stor, som den, om hvilken vi forhen antoge, at den i Directionen $MH$ skulde netop være tilstrækkelig til, at holde Ligevegt med Kræfterne i Directionerne $MF$ og $MG$. Den ene, saavelsom den anden, heder æqvipollent med Sidekræfterne eller de modsatte Kræfter.

## §. 56.

Opg. Af Sidekræfternes, $P$ og $Q$, Størrelse og Direction, at finde Mellemkraften $V$. Fig. 23.

Opl. $MF$ og $MG$ udtrykke Sidekræfterne, hvilke begge trykke paa $M$ under den Vinkel $GMF$. Af disse tre datis beskrive man et Parallelogram $GF$; saa udtrykker dets Diagonal $MC$ Mellemkraften $V$; d. e. $MC : MF = V : P$ o. s. v.

Bev. Forholden mellem Kræfterne $P$ og $Q$ udtrykkes ved $MF$ og $MG$, ligesom og ved $CG$ og $CF$, og $MC$ er i det mindste deres Mellemdirection §. 54. og 55. Dersom man vidste, hvor stor en Linie i Directionen $MH$ maatte være, naar den skulde udtrykke Forholden af en æqui-

Fig. 23. æquipollent Kraft $R$ til $P$ og $Q$, saa maatte denne ogsaa udtrykke Forholden af $V$ til $P$ eller $Q$. §. 55. Da nu $R$, $P$ og $Q$ saaledes skulle holde Ligevegt, at Punktet $M$ bliver ganske uforandret, saa er hver især æquipollent med begge de andre, følgelig ogsaa $Q$ med Kræfterne $R$ og $P$. Men $Q$ giør Modstand i Directionen $MG$; altsaa, naar man forlænger denne til $K$; saa har man Beliggenheden af en Diagonal i et Parallelogram, hvis Sidelinier forholde sig til hinanden, som $R$ og $P$. Drager man igiennem $F$ en Parallellinie med den mellemste Direction, d. e. med den Direction, som $V$ og $R$ have; saa skæres $MK$ af den i $K$. Altsaa er $FK$ i det Parallelogram, hvis Sidelinier angive Forholden af Kræfterne $P$ og $R$, saadan en, der tilkiendegiver Forholden af $R$ til $P$, fordi den ligger lige over for Directionen af $R$, eller $FK : MF = R : P$, men $FK = MC$, fordi $CK$ er et Parallelogram; følgelig er ogsaa $MC : MF = R : P$, eller $MC : MF = V : P$.

Till. 1. Heraf retfærdiggiøres det nu ogsaa, naar vi i Stedet for Kræfterne, $P$, $Q$ og $V$, herefter ville nævne Linierne $MF$, $MG$ og $MC$, eller tale om Kraften $MF$, Kraften $MG$, Kraften $MC$. Thi Liniernes Direction angiver egentlig ogsaa den Direction, i hvilken disse Kræfter virke, og Liniernes Størrelse angiver deres Forhold; saa at naar $P$ var $= 4$ ℔, og $Q =$ 3 ℔,

3 lb, men $FMG$ en ret Vinkel, og man giorde efter en antagen Maalestok $MF=4$, og $MG=3$, saa vilde $MC$ ved Tegningen blive $=5$, efter den pythag. Læresætning. Denne Substitution af Linierne i Stedet for Vegterne, (ligesom disse bleve satte i Stedet for alle Slags Kræfter) har den Fordeel, at henføre statiske Opgaver og Læresætninger til geometriske.

Till. 2. Da Virkningerne forholde sig som Kræfterne, men de første, naar Masserne ere lige store, som Hastighederne, og disse igien, naar Tiderne ere lige store, som Rummene; men de sidste lade sig forestille ved rette Linier; saa kunne Linierne $MF$, $MG$, $MC$, ogsaa betegne de mechaniske Hastigheder, hvormed Kræfterne $P$, $Q$, $V$, hver for sig vilde bevæge et Legeme eller et Punkt $M$. Man seer let, i hvilken Henseigt man ogsaa her kan tale om Sidehastigheder og Mellemhastighed.

Till. 3. Det er klart, at dersom 3 Kræfter virkede paa et Punkt $M$, kan man, ved at tegne Parallelogrammet, først bringe to til een, derpaa denne atter med den 3die til een, det er, finde Størrelsen af en Kraft, som ogsaa her kan hede Mellemkraften, og er æquipollent med dem alle tre. Det er aabenbart, at dette strækker sig til saa mange Kræfter, som man vil.

Till. 4. Omvendt lader enhver Kraft $MC$ sig dele i to andre, altsaa i saa mange Kræfter, som man vil. Thi naar den første, f. E. $MF$

er

Fig. 23. er given eller antagen efter sin Størrelse og Direction, saa drager man $FC$, og udfylder Parallelogrammet, saa bliver $MG = FC$ den anden yderste Kraft, o. s. v.

Till. 5. Dette forklarer nu ogsaa, hvorfor den sammensatte Kraft maae være mindre, end begge de yderste tilsammen tagne. Man sætte $ML$ lodret paa $MC$, og oprette Perpendiculærerne $GL$, $GT$ og $FB$. Da nu $FK$ er $\perp MC$, saa er ogsaa $MA$ lodret paa $FK$. Da nu $MG$ kan ansees som sammensat af $ML$ og $MT$, og $MF$ som sammensat af $MA$ og $MB$; saa kan Sagen betragtes, som disse 4 Kræfter tillige virkede paa $M$. Men $ML$ er lige stor med $MA$ og modsat den. Thi man finder let af Parallelogrammets Egenskaber, at $ML$, $GT$, $BF$ og $MA$ ere lutter lige store Størrelser. Altsaa ophæve $ML$ og $MA$ hinanden; og der blive kun $MT$ og $MB$ tilbage, der i een og samme Direction komme hinanden til Hielp. Da nu Tr. $GMT$ = Tr. $FCB$, fordi de Vinkler, der have samme Navn, ere lige store; saa er $MT = BC$; følgelig $MT + MB = MC$.

## §. 57.

Fig. 23. Enhver af de to Triangler, som udgiøre Halvdelen af Kræfternes Parallelogram, f. Ex. $MCF$, fremstiller begge Sidekræfterne, $MF$ og $MG = FC$, og Mellemkraften $MC$. Fremdeles

les er V. $MFC = 180 - GMF$, Udfyldningen af den Vinkel, der ved $M$ indsluttes af Kræfternes Directionslinier, til 180°; $CMF$ er den Vinkel, som den ene Sidekraft, og $MCF = CMG$ den Vinkel, som den anden Sidekraft giør med Mellemkraften. Heraf er det aabenbart, at Opgaverne fra §. 215 til 218 af Trigonometrien her ligefrem kunne anvendes, for af 3 af disse benævnte Stykker, hvoriblant der altid maae være een af de 3 Kræfters Størrelse, at finde de øvrige ved Regning. Saaledes kunde f. E. Opgaven i §. 215 af Trigonometrien saaledes udtrykkes: En Sidekraft $MF$, og Vinklerne $CMF$ og $FCM$, som begge Sidekræfterne indslutte med Mellemkraften, være givne; da at finde de øvrige Stykker ved Regning. Da $MF$ er her, hvad hisset hedte $AB$, men Vinklerne stemme overeens med de der værende Vinkler, $A$ og $C$; saa er $MC$ det, som hisset heder $AC$, og $FC$, hvad der heder $BC$, og man har f. Ex. sin. $FCM$: sin. $CMF = MF$: $FC$, d. e. sin. $CMG$: sin. $CMF = MF$: $MG$. Det er: Sidekræfterne forholde sig omvendt, som Sinus af de Vinkler, hvilke de indslutte med Mellemkraftens Directionslinie. Saaledes ogsaa $MF$: $MC$ = sin. $MCF$: sin. $CFM$, eller $MF$: $MC$ = sin. $CMG$: sin. $180 - GMF$; eller $MF$: $MC$ = sin. $CMG$: sin. $GMF$, d. e. den ene Sidekraft til Mellemkraften, som Sinus af den Vinkel, hvilken den an-

Fig. 23. den Sidekrafts og Mellemkrafteus Directionslinier indslutte, til Sinus af den Vinkel, som begge Sidekræfters Directionslinier formere.

Ligeledes: naar begge Sidekræfter og Udfyldningsvinkelen til den, som de indslutte ved $M$, ere givne; saa kalde man Kræfterne, ligesom Siderne i Trigon. §. 217. Opløsn. 2, $a$ og $b$, Vinkelen $\alpha$. Kalder man nu Mellemkrafften, ligesom der den 3die Side, $c$; saa har man $c = \sqrt{(a^2 + b^2 \mp 2ab\ cos.\alpha)}$, hvor den negative Værdie gielder, naar $\alpha$ er spids, den positive, naar den er stump. Altsaa, siden $\alpha$ er den Vinkels Udfyldning, som Kræfterne egentlig giøre, saa er det heraf klart, hvorfor Effecten er mindre, naar de samme Kræfter vige fra hinanden under en stump, end under en spids Vinkel. Paa saadan Maade vil man let her lede sig til de øvrige Opløsninger.

## §. 58.

Fig. 24. Naar der paa den retlinede Løftestang $AB$ trække Kræfter under skieve Directioner; saa maae man fra Hvilepunktet $C$ lade falde Perpendiculærer, $Ca$ og $Cb$, paa Directionslinierne, $PA$ og $QB$; saa er der først Ligevegt, naar $P. Ca$ er $= Q. Cb$, og ingenlunde naar $P. CA$ er $= Q. CB$. Thi det forholder sig lige saadan, som om Kræfterne vare anbragte paa den brækkede Løftestang $aCb$. §. 51.

Grund-

Grundregelen for Ligevegten §. 31. anvendes derfor almindelig paa ethvert Slags Løftestang, naar man ved Moment forstaaer Produktet af Kraften i Afstanden af dens Directionslinie fra Hvilepunktet.

Kraftens Moment svækkes eller forringes saa meget desto mere, jo skievere den Direction er, under hvilken den trækker paa Løftestangsarmen. F. Ex. i Figuren er $CA = 2CB$, og dog maatte Kraften $P$, der er anbragt paa $CA$, være $= 2Q$, om der skulde blive Ligevegt. Dette maagiøre det begribeligt, hvor fornsdent det er, saa nøie som mueligt at anbringe Kraften under en ret Vinkel paa sin Løftestangsarm.

Anm. 1. Heraf sees, hvorfor det altid bliver saa meget desto lettere, at løfte en tung Stang lige op, eller i Almindelighed et langt liggende Legeme, at trække en Vindebroe op, o. d. l., jo større den Vinkel er, om hvilken Legemet hæves, der dreier sig om det ene Endepunkt. Directionslinien af den i Tyngdepunktet forenede Last kommer Bevægelsespunktet nærmere og nærmere. Løftestænger, der paa mange Maader ere krummede, lade sig ogsaa reducere til retlinede eller brækkede Løftestænger.

Anm. 2. Et Exempel paa sammensatte Kræfter giver blant andet et Skib, der blev drevet af Vinden efter $MF$, af Strømmen efter $MG$, men løb virkelig i Diagonalen $MC$; eller og en Baad, der roede tvers igiennem Strømmen.

## VII. Løftestangens Brug.

### §. 59.

Naar Kræfterne paa Løftestangen i $A$ og $B$ (Fig. 3. 4) eller i $f$, $d$, $b$, $a$ (Fig. 12) ikke staae i Ligevegt, saa kan man finde Overvegten, naar man søger Forskiellen mellem Momenterne paa begge Sider af Bevægelsespunktet $C$. Under disse Omstændigheder fremkommer en virkelig Bevægelse.

Anm. Denne Bevægelses Hastighed lader sig ikke bestemme uden Kundskab om den sammensatte Pendul, hvorom den høiere Mechanik handler. Hastigere bliver den vist nok, jo større Overvegten er; men et andet Spørsmaal er det, med hvor megen Kraft man maae forøge det $P$, der udfordres til Ligevegt, for i Henseende til Tid og Kraft at faae den største Fordeel i Bevægelsen. Den høiere Geometrie giver den Regel, naar $n$ er $= \frac{AB}{CA}$ (Fig. 3), saa er det fordeelagtigst, til $P$ endnu at lægge $(\frac{1}{4}\sqrt{(8n+n^2)}-\frac{1}{4}n)P = p$. S. J. Krafts Mechan. 2 D. Forel. 3. §. 65 Anm. F. Ex. naar $AB = 15$, $CA = 13$; saa er $p = \frac{17}{52}P = \frac{1}{3}P$ næsten.

### §. 60.

Den egentlige Løftestang (Haandspage) bruges til at velte Laster frem, vel ogsaa til at bringe Støtter eller Ruller ind under Lasten, naar den er hævet noget i Veiret. Koefoden og Brækstangen desuden endnu til at brække Stene ud, at rive

rive noget last, o. s. v. Begge bruges baade som toarmede Løftestænger, naar man anbringer et Underlag, og som eenarmede, i hvilket sidste Tilfælde det ene Endepunkt selv tiener til Underlag, efter som man har stukket Løftestangen ind under Lasten, eller drevet den ind imellem Fugerne og Sammensøiningerne.

## §. 61.

Men da Lasten dog altid kun kan bringes til en meget liden Høide ved Hielp af Løftestangen, naar den skal blive liggende paa det samme Hvilepunkt; saa er Løftestangen med bevægelige Hvilepunkter eller Løfterammen en meget nyttig Opfindelse. *ABCD* er en Ramme af to stærke Planker, som omtrent ere en Fod brede, 7 til 8 Fod høie, og 2 til $2\frac{1}{2}$ Tomme tykke. Plankerne ere, som Figuren viser, igiennemborede med to Rader Huller; Hullerne i hver Rad ere i lige Afstand over hinanden, og ethvert af dem i en horizontal Linie med et i den lige over for staaende Rad. I dem indsættes to stærke Jernbolter, som ere forbundne med en Kiede. Paa dem hviler Løftestangen *QG* vexelviis. Et Stykke af Løftestangen *GK* er af Træe; men i Træet indsættes fra *K* til *Q* det Jernstykke *fhs* med Enden *fb*. Dette sidste har derfor i *a* og *b* to Fordybninger, for dermed at omfatte de runde Bolter, *k* og *n*. Hagen, hvorpaa Lasten ophænges ved Hielp af

Fig. 25.

en Kiede, der slaaes fast om den, kan anbringes i *s*, eller naar det ikke kommer an paa, at løfte Lasten paa eengang til en mærkelig Høide, i *r*, hvorved Kraften i *G* vinder. I sidste Fald virker Maskinen vexelviis som en eenarmet og toarmet Løftestang. Lægger man nu f. Ex. først Løftestangen i *a* paa Bolten *k*, og løfter Lasten i Veiret, i det man trykker ned i *G*; saa stiger *Q* saa høit, at den anden Bolt kan indsættes i det næst høiere Hul. Dette bliver nu igien Hvilepunkt, og Lasten stiger i samme Grad som Bolterne, o. s. v.

Ved Hielp af Løfterammen kunne 2 eller 3 Mand læsse store Træer paa Vogne, som ellers neppe kunde løftes af 20. Man har ogsaa villet bruge den til, at drage Rødder og Stammer af Træer op af Jorden. Om den sidste Brug see man Schwed. Abhandl. XVIII. B. S. 139. af Oversættelsen, og om Løfterammen i Almindelighed Leup. Theatr. Machinarum Cap. V.

Anm. Uagtet Løfterammen er allerede bedre end den simple Løftestang, til at bringe en Last til en noget mærkelig Høide, uden længe at afbryde Bevægelsen, og altsaa at tabe anseelig i Tiden; saa kan man dog endnu ikke egentlig kalde denne Maskines Bevægelse for uafbrudt vedvarende. Disse Ubeqvemmeligheder afhielpes ved Vinden, som nu skal beskrives.

VIII.

## VIII. Vinden.

### §. 62.

Ved en Vinde (axis in peritrochio) for-Fig. 26.
staae vi her en Valtse $AB$, som med de paa begge Ender udgaaende tyndere smaae Valtser eller Tappe, $a$ og $b$, ligger an paa Underlag. Paa Cylinderen $AB$, som her heder Bommen, er en Skive eller et Hiul $EF$ befæstet lodret mod Axelen $ab$, saa at det ikke kan dreie sig, naar ikke Bommen tillige dreier sig. Paa en Snor eller Toug hænger Lasten $Q$ ned fra $G$ paa Bommen, og Kraften $P$ trækker lodret paa Hiulets Radius i $H$. Paa Rystningens egen Vegt agtes der endnu ikke, ligesom ved Løftestangen.

### §. 63.

Naar der er Ligevegt paa Vinden, for-Fig. 27.
holde Last og Kraft sig omvendt som Bommens og Hiulets Radier, hvorpaa de trække.

Bev. Fig. 27. forestille et horizontalt Giennemsnit af Vinden igiennem Axelen $ab$; saa kan i Tilfælde af Ligevegt Tyngdepunktet af Vegterne $P$ og $Q$, fordi det skal være understøttet, ikke være noget andet end Punktet $K$, hvor Linien $GH$ skærer Axelen. Altsaa er $P : Q = GK : HK$. Men da Tr. $GKL$ er $\sim$ Tr. $HKM$; saa er ogsaa $P : Q = GL : HM$.

Anm. Førend vi anføre noget mere om Vindernes Brug, ville vi kortelig afhandle de Poster, hvorpaa det endnu foruden Kraften og Lasten kommer an ved en virkelig bygget Maskine, der skal bevæges, for at bedømme dens Virkning, men i Forveien, til mere Oplysning i den herunder indbefattede Lære om Frictionen, foretage Theorien om den skiev Plan.

## IX. Den skiev Plan.

### §. 64.

Fig. 28. 29. Dersom der paa en horizontal Plan $xy$ staaer et Legeme $Q$, hvis Vegt er $R$; saa vil den horizontale Plan bære denne hele Vegt, og Legemet vil blive ubevæget. Men gav man denne Plan en Bøining mod Horizonten derved, at man lod den dreie sig om $BK$, saa at den giorde den Bøiningsvinkel $ABC$ mod Horizonten; saa lader det sig vise, at Legemet $Q$ da ikke mere ganske kan bæres af Planen. Igiennem Tyngdepunktet $G$ lægge man en Verticalplan; saa vil den ogsaa være lodret paa $AK$, d. e. Bøiningsvinkelens Plan. $GE$ kan nu forestille Directionen og Størrelsen af den hele Vegt af $Q$, naar den er lodret paa Giennemsnittet $CB$. Man drage $GL$ lodret paa $AB$, d. e. paa Planen, og $GM$ parallel dermed; saa er $GE$ opløst i de Kræfter $GL$ og $GM$ §. 56. Till. 4. Ikkun den første opholdes af Planen, den sidste vil føre Legemet nedad langs med Planen, hvis der ikke kommer

en

en anden Kraft til, der er tilstrækkelig til at holde Ligevegten i en Direction, der er modsat $GM$. Dens Direction maae, som man let seer, enten være $GN$, eller i det mindste ligge indenfor Vinkelen $NGL$, og skære Linien $AB$. I denne Almindelighed ville vi betragte Sagen.

## §. 65.

Opg. Af et Legems givne Vegt $Q$, som ligger paa en skiev Plan, Planens Boiningsvinkel $ABC$ til Horizonten, og Vinkelen $GDB$, i hvilken Directionen af Kraften $P$ skærer Linien $AB$, at finde Størrelsen af Kraften $P$, og af den lodrette Trykning $N$ mod den skieve Plan, naar der skal være Ligevegt. Fig. 28.

Opl. Da V. $ABC$ er $=$ V. $LGE$, og V. $DGF = 90 - GDB$; saa ere her Directionerne af alle de 3 Kræfter bekiendte, som frembringe Ligevegten, og af hvilke Trykningen $N$ paa Planen er den mellemste, og ligeledes er Størrelsen af den ene Sidekraft $Q = GE$ bekiendt. Man drage $EF \parallel GD$, og udfylde Parallelogrammet; saa forestiller $GH$ den 2den Sidekraft $P$, og $GF$ Trykningen $N$. V. $ABC$ $=$ V. $FGE$ sætte man $= \alpha$, V. $GDB = \beta$; saa er V. $DGF = 90° - \beta$, og V. $DGE =$ V. $HGE = 90° - \beta + \alpha$. Følgelig er efter §.

Fig. 28. 57. $\sin(90-\beta):\sin\alpha = EG:HG$, d. e. $P = \frac{\sin\alpha}{\sin(90-\beta)}\cdot Q = \frac{\sin.\alpha}{\text{cos.}\beta}\cdot Q$.

Fremdeles er $N = \frac{\sin.(90-\beta+\alpha)}{\sin.(90-\beta)}\cdot Q$, og da $\sin.(90-\beta+\alpha)$ er $=\sin.(180-(90-\beta+\alpha))$ §. 196. Trig. $=\sin.(90+\beta-\alpha)=\sin.(90-(\alpha-\beta))=\text{cos.}(\alpha-\beta)$; saa er $N = \frac{\text{cos.}(\alpha-\beta)}{\text{cos.}\beta}\ Q$.

Till. Perpendiculæren $HR = LE = GM$ udtrykker den Deel af Kraften $HG$ eller $P$, som hindrer Legemet fra at synke ned langs med $AB$; ligesom $GR = LF$ viser, hvor meget der kommer til Trykningen paa Planen formedelst $HG$.

## §. 66.

Kraften $P$ eller $HG$ trække parallel med Horizonten eller med Linien $CB$; saa er V. $GDB = DBC$, eller $\beta = \alpha$. I dette Fald er $P = \frac{\sin\alpha}{\text{cos.}\alpha}\cdot Q = \text{tang.}\ \alpha.\ Q$. §. 199. Trig. $= \frac{AC}{CB}\cdot Q$; d. e. naar Kraften trækker parallel med Horizonten; saa forholder Kraften sig til Lasten, som Planens Høide $AC$ til dens Grundlinie $CB$.

Frem-

Fremdeles er nu $N = \frac{1}{\text{cos. } \alpha} \cdot Q =$ see. $\alpha$. §. 199. Trig. $= \frac{AB}{CB} \cdot Q$; d. e. Kaften forholder sig til Trykningen paa Planen, som Grundlinien $CB$ til dens Længde $AB$.

## §. 67.

Trækker Kraften $P$ i Directionen $GN$ parallel med Planen; saa er V. $GDB = \beta = 0$. Følgelig $P = \frac{\text{sin. } \alpha}{\text{sin. } 90^0} \cdot Q. =$ sin. $\alpha$. $Q = \frac{AC}{AB} \cdot Q$; d. e. Kraft til Kaft, som Planens Høide til dens Længde.

Fremdeles er nu $N = \frac{\text{cos. } \alpha}{\text{cos. } 0^0} \cdot Q =$ cos. $\alpha$. $Q = \frac{CB}{AB} \cdot Q$; d. e. Trykningen paa Planen forholder sig til Kaften, som Planens Grundlinie til dens Længde.

Till. 1. Naar derfor Kaft og Planens Boiningsvinkel blive de samme; saa behøver man den mindste Kraft $P$, for at opholde Legemet paa Planen, og Planen lider ogsaa den mindste Trykning, naar $P$ trækker parallel med Planen. Thi Divisorerne i Hovedformlerne §. 65. sin. $(90 - \beta)$ og cos. $\beta$ kunne aldrig blive større, end naar $\beta$ bliver $= 0$. Hvorfor det altid er fordeelagtigt, naar

naar man vil trække en Last op af en skiev Plan, og tage den i denne Direction.

Till. 2. At den specielle Opløsning af denne §. ogsaa umiddelbar lader sig udlede af Betragtningen af Parallelogrammet $ML$, vil man allerede indsee af §. 64. Ligesaa let seer man, at jo mindre Boiningsvinkelen $\alpha$ er, desto mindre behøver, cæteris paribus, Kraften i alle Tilfælde at være.

Anm. Til Øvelse tage man $\alpha$ i §. 67. $=90°$, $30°$, $0°$; saa finder man $P=Q$, $P=\frac{1}{2}Q$, $P=0$; og dersom man i §. 66. sætter $\alpha=90°$, $\alpha=45$, $\alpha=0$; saa bliver $P=\infty$, $P=Q$, $P=0$. De Værdier o give tilkiende, at, naar Planen er horizontal, behøves slet ingen Kraft, til at holde Legemet paa Planen, som §. 64.

## §. 68.

Man betiener sig virkelig af den skieve Plan i mange Tilfælde, for med mindre Kraft at bringe en Last til en Høide, f. Ex. paa en Vogn, end der udfordres til, at løfte den vertical op. I dette Tilfælde anbringes den Kraft, hvormed man trækker eller skyder den, helst parallel med Planen. §. 67. Till. 1. Altsaa maae $P$ være $\gtrless Q$. sin. $\alpha$, naar der skal foregaae en Bevægelse. Havde nu $Q$ i Begyndelsen staaet over $B$, og stod til Slutning i $A$, saa var det, i Hensigt til Horizontallinien $CB$, kun steget saa meget som Høiden $CA$ i den Direction, der var Tyngden modsat.

Fig. 28.

fat. Kraften $P$ maatte imidlertid, hvad enten man foreſtiller ſig den umiddelbar ved $Q$, eller ſom en Vegt, der hænger lodret ned over Tridſen $K$, gaae igiennem et Rum $= AB$. Men nu var efter §. 67. i Tilfælde af Ligevegt $P : Q = AC : AB$, og ſaaledes kan man ſige, at Kraft og Laſt her ere i Ligevegt, naar de forholde ſig omvendt, ſom de Veie, de, naar Ligevegten var hævet, maatte hver i ſin Direction lægge tilbage i lige ſtore Tider.

## §. 69.

Den omtalte Lov finder ogſaa Sted ved Fig. Løſteſtangen. Thi naar f. Ex. Kraften veiede 30. mere end Laſten; faa vilde her i den forrige Hs Mening $DA$ og $BE$ være Kraftens og Laſtens Veie. Men $DA : BE = CA : CB = Q : P$. Vist nok er her ogſaa Buen $AF$ : Buen $BG = Q : P$. Men dette er ikke egentlig de Rum, der i Henſigt til Horizonten ere igiennemlsbne. Naar man tager Kraftens og Laſtens Vei i denne Mening, ſaa kan den ogſaa paaſtaaes om den ſkiev Plan i det Tilfælde, ſom er omtalt §. 66; hvilket iſær falder i Øinene, naar man foreſtiller ſig, at en Kraft ſkiød Planen frem efter en Direction, der var parallel med Horizonten, imod Laſten, der ikke kunde andet end ſtige lodret.

Ogſaa Vinden er indbegreben under denne Lov. Thi naar Hiulet har gaaet eengang om-

kring,

kring, saa er Kraftens Vei saa stor som Hiulets Omkreds, da imidlertid saa meget af det Toug, hvorpaa Lasten hænger, har opviklet sig, som Bommens Omkreds beløber sig. Kraftens og Lastens Veie ere altsaa her som disse Omkredse, men de sidste som Hiulets og Bommens Radier — og saaledes ere ogsaa Producterne lige store, naar man multiplicerer Lasten og Kraften med deres Veie i lige store Tider, d. e. med deres Hastigheder.

## X. Om Rivningen (frictio).

### §. 70.

Naar man vil trække et tungt Legeme, der ligger paa en horizontal Plan, og berører den med en Deel af sin Overflade, frem i den horizontale Direction, saa kan dette ikke skee med enhver nok saa liden Kraft, hvilket dog skulde være, da Tyngden her ikke synes at kunne giøre nogen Modstand, og at der altsaa intet videre var at overvinde end Inertien. Imidlertid udfordres dog efter Omstændighederne en mere eller mindre anseelig Kraft, for at sætte Legemet i Bevægelse. Det, som her modstaaer Bevægelsen, kalder man, for at adskille det fra Vegten, **Rivning** eller **Friction**.

§. 71.

§. 71.

Intet Legeme er saa jevnt og glat, at det ingen Forhøininger og Fordybninger skulde have, som det blotte Øie vist nok ikke altid kan blive vaer. Nu foreſtille man sig, at af to Legemer, der ligge paa hinanden, passe det enes Forhøininger i det andets Fordybninger, saa at, naar det ene skal skydes frem over det andet, maae den bevægende Kraft enten 1) altid løfte det op, eller 2) nedbøie Forhøiningerne, eller 3) bryde dem af; saa ville de fleste følgende Maximer, Rivningen angaaende, der ere tagne af Jagttagelser, synes meget begribelige.

§. 72.

Frictionen er saa meget desto større eller mindre, jo ujevnere eller glattere de Legemers Overflader ere, der skydes frem paa hinanden; hvilket stemmer overeens med alle 3 Forudsættelser. Frictionen bliver derfor ogsaa mindre, naar de Planer, der rive paa hinanden, oversmørres med Olie, Tælle o. s. v.; thi Fordybningerne blive derved udfyldte. Frictionen af Metal over Metal, eller af Træe over Metal, er ikke saa stor som af Træe over Træe, fordi Metal lader sig polere glattere. Legemer af eet Slags, f. Ex. Staal paa Staal, rive stærkere paa hinanden, end Legemer af ulige Slags, thi de førstes Fordybninger passe nøiere i hinanden.

§. 73

73.

Frictionens Storrelse er uden synderlige Undtagelser proportional med Legemernes Vegt, naar de ovrige Omstændigheder ere lige. Dermed stemme Amontons Forsøg Mem. de Paris 1699, og Belidors Arch. hydr. 1 B. 11 Cap. §. 114. overeens.

§. 74.

Frictionen er næsten aldrig større end $\frac{1}{3}$ af Trykningen, eller $F = \frac{1}{3}\pi$, naar $\pi$ betegner den hele Trykning. Amonton og Belidor paastaae denne Sætning uden Indskrænkelse; Muschenbroecks Forsøg angive kun ved nogle faa Træearter noget mere, naar Fibrerne bevæge sig krydsviis over hinanden. Ellers næsten i alle Tilfælde, endog i tørre Taphuller, er Frictionen hos ham mindre end $\frac{1}{3}$, naar de ere smurte med Olie, undertiden kun $\frac{1}{6}$ til $\frac{1}{8}$. Introd. ad Ph. N. C. IX. Camus i Traité des forces mouvantes finder den ligeledes mindre end $\frac{1}{3}$; det Tilfælde undtaget, naar Overfladerne vare vaade, og ved tørt Træe over Træe finder han $F = \frac{7}{20}\pi$.

Det Forsøg, hvorved Amonton fandt $F = \frac{1}{3}p$, giorde han paa den i §. 70. angivne Maade. Han tog Parallelepipeda af meget forskiellige Sideplaner, saavel af Træe som Metal, og paa en Traad, som gik igiennem deres Tyngdepunkt parallel med Horizonten over Tridsen $C$, ophængde

Fig. 29.

hængde han Vegter, og lagde tilsidst meget smaae Dele dertil. Nu fandt han, at Legemet endnu modstod Vegten $p$, men naar en meget liden Vegt $e$ kom dertil, saa begyndte det at bevæge sig, saa at altsaa Frictionen maatte ligge imellem $p$ og $p+e$. Da nu det samme skeede, enten Legemet laae paa den smalle eller brede Side; saa troede han sig berettiget til at paastaae, at Frictionen beroede alene paa Vegten, og ikke paa Overfladens Størrelse.

Da der nu til at opholde Legemet paa den skieve Plan, udfordredes den Kraft $P = Q.\ sin.\ \alpha$, naar den holdt imod parallel med Planen, §. 67; saa vil Legemet ikke glide ned, saalænge $F$ endnu er $> Q.\ sin.\ \alpha$; og naar $F$ skal være $= \frac{1}{3}\pi$, her altsaa $F = \frac{1}{3} N$, saa bliver Legemet staaende urykkeligt, saalænge indtil ved Forstørrelse af Boiningsvinkelen $\alpha$, $F$ er bleven $< Q.\ sin.\ \alpha$. Det vil følge umiddelbar paa den Tilstand, da $F$ har været $= \frac{1}{3} Q.\ cos.\ \alpha = Q.\ sin.\ \alpha$, eller $\frac{sin.\ \alpha}{cos.\ \alpha} = tang.\ \alpha = \frac{1}{3} = 0{,}333333$, d. e. $\alpha =$ 18°25′ næsten. Saaledes vil ogsaa Belidor have fundet denne Vinkel ved nogenlunde polerede Planer; Bilfinger angiver den 12 til 15°. Middeltallet vilde give $F = \frac{1}{4}\pi$. Uundgaaelige Ujevnheder i Legemernes Glathed, hvormed man anstiller Forsøgene, kunne være Aarsag heri.

Fig. 29.

## §. 75.

Ligger der en Kugle eller en Cylinder (hvis Axel er parallel med $BK$) paa den horizontale Plan $ABK$; saa vil man kun behøve ganske lidet at dreie Planen opad omkring $BK$, og Legemet vil strax vel ikke glide men rulle ned, det er, dets Tyngdepunkt vil bevæge sig parallel med Planen fra $A$ til $B$, i det alle Punkter af Legemet til samme Tid bevæge sig om en Axel, der igiennem dets Tyngdepunkt løber parallel med $BK$. Allerede heraf er det klart, at den rullende Friction er meget liden, sammenlignet med den glidende eller strygende. Desuagtet er den vist nok ogsaa større, naar Trykningen er større. Men egentlig kommer dette Phænomen vel deraf, at Tyngdepunktet ikke er understøttet, og i det det synker ned, løfter ved sin egen Kraft det rullende Legems Forhøininger ud af Planens Fordybninger. Paa en horizontal Plan bringer først et Stød Tyngdepunktet ud af sin Understøttelse, o. s. v.

Derfor bringer man rullende Legemer, som Vognhiul s. Ex. ere, under tunge Laster, naar man med Lethed vil bringe dem frem; og Forsøgene til §. 66. 67. gjøres ogsaa med Kugler eller Valtser, fordi man endnu ikke vil regne Frictionen.

## §. 76.

§. 76.

Naar det øvrige bliver eens, saa vil Frictionens Størrelse ikke betydelig forandres derved, om det rivende Legeme ligger an med en mindre eller større Sideplan. Thi Muschenbroecks Forsøg vise vel i de fleste Tilfælde nogen Forøgelse ved eens Vegt, naar Planen bliver større, men langt fra ikke i Forhold til dens Størrelse. Dersom den 3die Forudsættelse i §. 71. sandt Sted; saa maatte det vel komme mere an paa den rivende Plans Størrelse.

§. 77.

Naar et hvilende Legeme først skal sættes i Bevægelse, som ligger an paa et andet; saa udfordres der maaskee mere eller mindre Kraft, til at overvinde Rivningen, end siden naar Legemet allerede er i Bevægelse. Det sidste troer blant andre Euler Mem. de Berlin 1748, og i Theoria motus corp. rig. §. 961 holder han Hvilens Friction og Bevægelsens Friction for lige stor. Hr. von Segner de affrictu solidorum troer det Modsatte. Hvad om man saaledes forenede dem, at andre Hindringer for Bevægelsen, som f. Ex. Luftens Modstand, forstørrede sig saaledes ved en meget hastig Bevægelse, at det nu syntes, som Frictionen var bleven stærkere. I det mindste troer jeg, til Brug for Maskinevæsenet at turde antage, at Bevægelsens Friction

kun i en meget hastig Bevægelse er kiendelig forskiellig fra Hvilens Friction.

* §. 78.

Opg. At bestemme Frictionens Størrelse paa den skieve Plan, naar Kraftens Direction er, som §. 67, parallel med Planen.

Opl. Her er $F = \frac{1}{3} N = \frac{1}{3} cos.\ \alpha . Q$; altsaa den samtlige Kraft $V$, som udfordres, til at frembringe en Bevægelse $= (sin.\ \alpha + \frac{1}{3} cos.\ \alpha) Q$. Kraften maae være størst, naar $\alpha$ er noget over $71\frac{1}{2}$ Grad. Er Lasten da 1000 ℔; saa maae $V$ belobe sig over 1054 ℔; allerede ved en Forhøiningsvinkel af 50° maae Kraften $V$ næsten være lige stor med Lasten $Q$.

Anm. 1. Sætter man $sin.\ \alpha = x$; saa er $cos.\ \alpha = \sqrt{(1-x^2)}$ §. 199. Trig.; altsaa er $V$ størst, naar $d.(3x + \sqrt{(1-x^2)}) = 3\,dx + d.\sqrt{(1-x^2)} = 3\,dx - \frac{x\,dx}{\sqrt{(1-x^2)}}$ §. 332. Uend. Anal., er $= 0$.

Dette giver $3 - \frac{x}{\sqrt{(1-x^2)}} = 0$. Følgelig er $3\sqrt{(1-x^2)} = x$, eller $3 = \frac{x}{\sqrt{(1-x^2)}} = \frac{sin.\ \alpha}{cos.\ \alpha}$.

Følgelig naar 3 er = tang. $\alpha$, d. e. naar $\alpha$ er næsten $= 71\frac{1}{2}°$, saa bliver $V$ størst.

Anm. 2. Dette kunde tiene til rigtig Bedømmelse af Kraften, naar Ertsen i Biergværker bringes op af skraagaaende Aabninger (Schakter), hvor Tønden gnier imod Schaktstangen; endskiønt Tougets Vegt ved

ved den nedgaaende Tønde meget letter Arbeidet, naar Dybden er noget betydelig. Imidlertid vinder man da ogsaa saa forvandle Frictionen til en rullende.

## §. 79.

Opg. At finde Frictionen i den 66 §s Tilfælde ved den skieve Plan.

Opl. Her bar $F = \frac{1}{3\,cos.\,\alpha} \cdot Q$, dersom den Kraft, der behøves til Frictionens Overvindelse, kunde anbringes parallel med Planen; men da Kraften, naar den er ligelsbende med Planen, forholder sig til den, der er parallel med Grundlinien, som $P.\,sin.\,\alpha : \frac{P.\,sin.\,\alpha}{cos.\,\alpha} = cos.\,\alpha : 1$; saa udfordres i Directionen $GH$, den Kraft $\frac{1}{3\,cos.\,\alpha^2} \cdot Q$. Heraf fremkommer en nye Trykning paa Planen. Fig. 31. Den sidst benævnte Kraft forholder sig dertil, som $GH : GK = 1 : sin.\,\alpha$. Altsaa er den anden heraf fremkommende Friction $= \frac{sin.\,\alpha}{9\,cos.\,\alpha^2} \cdot Q$, og den Kraft, der af den Aarsag paa nye udfordres i Directionen $GH$, er $= \frac{sin.\,\alpha}{9\,cos.\,\alpha^3} \cdot Q$. Videre behøver man ikke at gaae, naar Vinkelen $\alpha$ ikke er stor, hvilket almindelig her finder Sted. Altsaa var den hele Kraft,

eller $V = \frac{\sin.\alpha.Q}{\cos.\alpha} + \frac{Q}{3\cos.\alpha^2} + \frac{\sin.\alpha.Q}{9\cos.\alpha^3} = (tang.$
$\alpha + \frac{sec.\alpha^2}{3} + \frac{tang.\alpha.sec.\alpha^2}{9}) Q = (tang.\alpha +$
$\frac{3 + tang.\alpha}{9} sec.\alpha^2) Q.$

Anm. Det forstaaer sig, at de to sidste Ser vilde falde anderledes ud, dersom $F$ maatte antages større eller mindre end $\frac{1}{4}\pi$.

## §. 80.

Den Friction, der hidindtil er betragtet, kaldes den absolute. Dersom Fig. 26. de cylin-
Fig. 26. driske Tappe, $a$ og $b$, ligge i udrundede Taphuller; saa maae der ligeledes fremkomme en Friction ved Omkredsen af Tappene, naar Kraften skal dreie Maskinen om sin Axel. Da nu denne maae bedømmes ligesom enhver Kraft eller Modstand, der ere virksomme i en vis Afstand fra Hvilepunktet eller fra Bevægelsens Axel; saa kommer det ogsaa her egentlig an paa Frictionens Moment, og derfor kan man kalde dette relativ Friction.

## §. 81.

Fig. 32. Opg. Ved en Vinde, som §. 62. være $AC$ Hiulets, $BC$ Bommens, $CD$ Tappens Radius, (de skulle kortelig hede $a$, $b$, $f$) Kraften $P$ og Modstanden eller Lasten $Q$ virke begge lodret paa de benævnte Radier; naar

nu

nu tillige de Vinkler $ACp = \alpha$, $BCq = \beta$, som Radierne, $AC$ og $BC$, giøre med Horizontallinien $qp$, ere bekiendte, da at finde den Kraft $K$, som endnu maae komme til $P$, for at overvinde Frictionen ved Tappens Omkreds.

Opl. Dersom $C$ var Middelpunktet af Hiulets og Bommens Tyngde, saa kunde man betragte Sagen saaledes, som dette blev som Understøttelsespunktet af en brækket Løftestang $BCA$ trykket af $P + K$ og af $Q$ i Directionerne $CE$ og $CF$, der ere parallele med $AP$ og $BQ$. I det mindste vil denne dobbelte Trykning fordele sig over den hele ubøielige Axel i de omtalte Directioner, og begge Taphullerne ville have den at bære, endskiønt det ene udholder mere, det andet mindre deraf, i Forhold til deres Afstand fra Tyngdepunktet. Da man ved Maskiner kun vil vurdere den samtlige Trykning, eller den Friction, som kommer deraf; saa kan man forestille sig Sagen saaledes, som begge Dele forefaldt paa eet eneste verticalt Giennemsnit af Tappen. Dersom altsaa $CE$ ogsaa udtrykker Størrelsen af den Trykning, der kommer af $P + K$, $CF$ Størrelsen af den, der kommer af $Q$; saa drage man de Perpendiculærer, $EG$ og $FH$. Fordi V. $CEG = ACp$, og V. $CFH = BCq$; saa er derved hver iſær deelt i to Sidekræfter, og man har

Fig. 32. 1) i vertical Direction

$GE = CE\ cos.\ \alpha = (P + K)\ cos.\ \alpha.$

$FH = CF\ cos.\ \beta = Q.\ cos.\ \beta.$

Dertil kommer endnu $M$, den hele Maskines Last; følgelig den hele verticale Trykning $= (P + K)\ cos.\ \alpha + Q.\ cos.\ \beta + M.$ $CN$ maae forestille denne Trykning.

Fremdeles har man 2) i horizontal Direction.

$CG = CE\ sin.\ \alpha = (P + K)\ sin.\ \alpha.$

$CH = CF\ sin.\ \beta = Q.\ sin.\ \beta.$

Da begge virke imod hinanden i Punktet $C$; saa bliver paa den Side, hvor den største Trykning er, $Q.\ sin.\ \beta - (P + K)\ sin.\ \alpha$ tilbage, hvilket maae forestilles ved $CL$. Naar man udfylder Rectangelen $CNML$; saa forestiller $CM$ Mellemtrykningen paa Taphullet i $D$. Da nu $CM = \surd(CN^2 + CL^2)$; saa er den 3die Deel af denne Trykning eller Frictionen $F = \frac{1}{3}(\surd((P + K)\ cos.\ \alpha + Q.\ cos.\ \beta + M)^2 + (Q.\ sin.\ \beta - (P + K)\ sin.\ \alpha)^2)$. Altsaa da $F$ virker paa Tappens Radius $f$, $K$ paa Hiulets Radius $a$; saa er $K = \frac{\frac{1}{3}f}{a}(\surd((P + K)\ cos.\ \alpha + Q.\ cos.\ \beta + M)^2 + Q.\ sin.\ \beta - (P + K)\ sin.\ \alpha)^2)$.

Ved den virkelige Beregning kan man i de fleste Tilfælde enten reent udelade Størrelsen $K$ under Rodtegnet, eller naar man paa denne Maade har fundet Værdien af $K$; saa sætter man den ogsaa under Rodtegnet; en Omgangsmaade, ſſom man

man kan igientage saa længe, indtil Værdien af $K$ ved saadan en Substitution ikke synderlig mere tager til.

## §. 82.

Dersom $AC$ og $BC$ begge ere horizontale, følgelig saavel $\alpha$ som $\beta$ forsvinde, saa ere deres Sinus $= 0$, deres Cosinus $= 1$. Altsaa finder man i dette Tilfælde $F = \frac{1}{3}(P + K + Q + M)$ og $K = \frac{f}{3a}(P + K + Q + M)$, altsaa $3aK - fK = f(P + Q + M)$ eller $K = \frac{f(P+Q+M)}{3a-f}$.

Naar $K$ beløber sig kun til meget lidet imod $P$, som almindelig har Sted ved nogenlunde store Maskiner, saa kan man sætte $F = \frac{1}{3}(P + Q + M)$.

Dette Tilfælde finder aabenbar Sted ved alle Slags toarmede Løftestænger, og især ved de Vegter, hvor en Tap dreier sig i det cirkeldannede Udsnit af Grebet. Da Vegten maae give et desto hurtigere Udslag, jo mindre $f$ Tappens Radius er; saa seer man heraf, hvorfor man giver Tappen en i Form af et Hierte tilspidset Skikkelse. Den nederste Deel, paa hvilken Frictionen skeer, er nu at ansee som en Cylinder af en overmaade liden Radius. F. Ex. naar en ligearmet Vegtbielke, 2 Fod lang, selv er 18 Lod tung, og paa hver Ende betynget med 1 ℔, og man ansætter Radius af den lille Bue, hvormed

Tappen ligger an, til I$^{IV}$, Dec. Maal; saa er $K = \frac{64 + 18}{3.12.12.12-1} = 0{,}016$ Lod, eller omtrent 4 Gran.

Skulde $K$ og $Q$ anbringes paa Omkredsen af den samme Cylinder, paa hvilken Frictionen skeer; saa er, (fordi $a = f$) $K = \frac{1}{2}(P + Q + M) = P + \frac{1}{2}M$. Man kan nemlig altid sætte $Q = \frac{aP}{b}$, altsaa naar som her $a$ er $= b$, $Q = P$.

## §. 83.

Fig. 32. Dersom Kraften $P$ og Modstanden $Q$ virke imod hinanden paa de verticale Radier, altsaa i horizontal Direction; saa var $ACp = \alpha = -90°$, altsaa $cos.\alpha = 0$, og $sin.\alpha = -1$, derimod $\beta = +90°$, altsaa $cos.\beta = 0$, og $sin.\beta = +1$. Dette giver $F = \frac{1}{3}\sqrt{(M^2 + (Q + P + K)^2)}$, og $K = \frac{\frac{1}{3}f}{a}\sqrt{(M^2 + (Q + P + K)^2)}$, hvor man atter kan forholde sig, ligesom §. 81 ved den virkelige Beregning. Mestendeels er her $F = \frac{1}{3}\sqrt{(M^2 + (Q + P)^2)}$ og $K = \frac{f\sqrt{(M^2 + (P + \frac{aP}{b})^2)}}{3a}$ nøiagtigt nok.

## §. 84.

Virker $Q$ horizontal, og $P + K$ vertical, eller omvendt; saa give lignende Betragtninger $F =$

$F = \frac{1}{3}\sqrt{(P+M)^2 + (\frac{a}{b}P)^2)}$ og $K = \frac{f}{3a}\sqrt{((P + M)^2 + (\frac{a}{b}P)^2)}$.

## §. 85.

Dersom en Cylinder, hvis Grundflade er *EDAB*, Vegt *R*, og Radius *CA* = *e*, skal dreies omkring sin Axel paa en Plan, hvorpaa den hviler med sin Grundflade; saa er Momentet af den Friction, som kommer deraf, $\frac{2}{3}e.\frac{1}{3}R$. Fig. 33.

Da man maae forestille sig, at Trykningen er fordeelt lige overalt, saavidt Planen *EDAB* rækker; saa er ethvert Punkts absolute Friction med Grunden vel den samme, men ikke Momentet. Deelde man den hele Cirkelplan i lutter saa smaae Udsnit, at man kunde anse dem som retlinede Trigngler; saa kunde man tillige forestille sig, at hver Triangels hele Trykning var forenet i dens Tyngdepunkt, følgelig den hele Cylinders Trykning i en Cirkel *PQS*, som gaaer igiennem alle disse Tyngdepunkter. I enhver Triangel er nu Tyngdepunktets Afstand fra *C*, som Bevægelsens Middelpunkt, $= \frac{2}{3}e.$ §. 36. 2. og $F = \frac{1}{3}R$; følgelig Frictionens Moment $= \frac{2}{3}e.\frac{1}{3}R$.

* Det egentlige Beviis af det Uendeliges Regning er dette. *P* være Trykningen paa Cirkelplanen *PQS*, hvis Radius $PC = x$; *pqs* være den uendelig nær; saa er Trykningen paa den lille

lille Ring $= dP$, og Frictionen $= \frac{1}{3} dP$, følgelig $e^2 : x^2 = R : P$; altsaa $P = \frac{R}{e^2} x^2$, og $dP = \frac{2R}{e^2} x dx$, Uend. Anal. §. 326. Dette giver $\frac{1}{3} x dP = \frac{2}{3} \frac{R}{e^2} x^2 dx$; deraf er Integralet $\frac{2}{9} \frac{R}{e^2} x^3$. Uend. Anal. §. 352. Men for den hele Plan er $x = e$; følgelig Frictionens Moment $= \frac{2}{3} e . \frac{1}{3} R$.

## §. 86.

Fig. 34. Paa en Løftestang $AB$ virker i $M$ en Last eller Modstand $Q$ lodret. Paa en anden retlinet eller brækket Løftestang $DCB$, som berører den første med eet Endepunkt i $B$, er Kraften $P$ anbragt i den lodrette Direction $DP$, som stræber at dreie $DCB$ om $C$, følgelig ogsaa $AB$ om $A$. Man seer, at her maae blive en Friction i $B$. Nu maae $BH$ være den lodrette Trykning, som kommer af $Q$ i $B$; saa kan $BG = \frac{1}{3} BH$ betyde den Friction, som kommer deraf. Den maae bestandig gjøre Modstand i samme Direction, som Overfladen af Løftestangen $AB$. Den hele Modstand altsaa, som maae overvindes i $B$, udtrykkes ved $BE$. Man forlænge $DB$, og lade derpaa falde Perpendiculæren $EF$, for at opløse denne Modstand i de Dele $EF$ og $BF$. Den sidste trykker kun Understøttelsespunktet $C$. Den første

første er størst, naar V. $FBF$ er $= R$, altsaa $EBF$ $= EBC = EBG + GEB$. Men da maae V. $GBC$ være $= GEB$. Da nu $GB$ altid er $= \frac{1}{3}$ $BH = \frac{1}{3} EG$; saa er $\frac{GB}{EG} = \frac{1}{3} =$ *tang.* $GEB$ $=$ *tang.* 18°25′. Følgelig er den samtlige Modstand størst, naar V. $GBC$ er $=$ 18°25′. Nu være den lodrette Modstand efter $BH = 1$; saa er den største Modstand $= \sqrt{(1 + \frac{1}{9})} =$ 1,054. Men nu er 1 : 1,054 næsten som 18 : 19. Er altsaa den lodrette Trykning $= T$, naar V. $GBD$ er $= 0$; saa er den samtlige Trykning $= \frac{19}{18} T$, naar denne Vinkel er $=$ 18°25′. Fig. 34.

Da nu $AB : MA = Q : T$; saa er $\frac{19}{18} T = \frac{19}{18} \frac{MA}{AB} \cdot Q$. Man sætte denne største Modstand $= V$; saa er $CD : CB = V : P + K$, eller $P + K = \frac{19}{18} \frac{MA.BC}{AB.CD} \cdot Q$. Da nu $P$ vilde være $= \frac{MA.BC}{AB.CD} \cdot Q$, dersom der ingen Friction var; saa er $K = \frac{1}{18} P$, den Kraft, der for Frictionens Skyld maae lægges til, i Tilfælde af den største Modstand.

Till. Det Udtryk $P + K = \frac{19}{18} \frac{MA.BC}{AB.CD} \cdot Q$ viser tillige, at, naar en Last virkelig skal løftes ved Forbindelse af Løftestænger, i det de berøre hinanden med deres Ender; foresalder der, for-

foruden Frictionen ved Underlagene, endnu en nye i Røringspunkterne, som kan blive meget betydelig.

## XI. Om Strikkers og Tougs Stivhed.

### §. 87.

Da Lasten ved Brugen af Vinden Fig. 26. hænger ned i et Toug; saa er det let at indsee, at, for rigtig at ansætte dens Moment, maae Tougets halve Tykkelse lægges til Bommens egentlige Radius, og at man maae vøgte sig for, at Touget ikke vikler sig op som et Nøgle.

### §. 88.

Men Tougene frembringe endnu en anden uundgaaelig Modstand, til hvis Overvindelse en Deel af Kraften altid maae regnes. Naar nemlig Vinden er i Bevægelse, saa maae Touget bestandig bøies. Forsøgene derover har man anstillet paa følgende Maade. To Toug, der vare befæstede i $I$ og $K$, bleve slagne om en Cylinder $CD$. Paa den anden Ende blev et Bret $N$, som Figuren viser, giort fast ved dem, hvorpaa man kunde lægge Vegter efter Behag. Nu ophængde man paa Cylinderen i $E$ en liden Vegtskaal i en meget bøielig Strikke eller Baand, og lagde Vegter paa, saalænge til Cylinderen blev trakt ned, følgelig Tougene høiede i $g$ og $b$. Paa den Maade fandt

Fig. 35.

Amon-

Amonton og Desaguliers, den sidste især meest bestemt, at den Kraft, som udfordredes dertil, forholdt sig, 1) som Tougenes Tykkelse, 2) som Vegten $N$, hvormed de vare spendte, (hvilke to Ting ere meget begribelige) 3) omvendt som Diametrene af de Cylindere $CD$, om hvilke Touget var slaget. Thi Krumningen af en Cirkellinie, hvis Diameter er $\frac{1}{2}$, er dobbelt saa stærk, som i en anden, hvis Diameter er 1.

## §. 89.

Ved saadanne Forsøg har man nu fundet, at, naar et Toug, som er 1 Linie tykt, gaaer omkring en Cylinder, af 1 Tommes Diameter, og udstrækkes af 1 ℔s Vegt; saa fordrer Touget Stivhed 1 Lod, for at bøie det. I et andet Tilfælde være Tougets Diameter $\delta$ Linier, Cylinderens $d$ Tomme, og Vegten i $N$ være $q$ ℔, saa var efter Proportions-Regelen §. 190. Arithm.

| | | |
|---|---|---|
| $x$ Lod | $\delta$ Linier | Følgelig er i Almindelighed $x = \frac{\delta q}{d}$ Lod, naar $\delta$ er givet i Linier, $q$ i ℔, $d$ i Tomme. |
| $d$ Tomme | $q$ ℔ | |
| 1 Linie | 1 Tomme | |
| 1 ℔ | 1 Lod | |
| $dx$ | $\delta q$ | |

Var Touget 12 Linier, Cylinderen 8 Tomme tyk, og $q = 400$ ℔; saa fik man $x = \frac{12.400}{8}$ $= 600$ Lod $= 18$ ℔ 24 Lod.

§. 90.

§. 90.

Fig. 36. Naar Forsøget anstilles som §. 88; saa kan $Eg$ ansees som Radius af den bøiende Kraft. Men dersom $gFEL$ forestiller Giennemsnittet af en Tridse §. 26. eller Cylinder, der i $C$ er bevægelig om sin Axel, saa at Axelen selv ikke kan rokkes, da er det lige meget, om Kraften er lodret paa Radius i $E$ eller $F$. Men den lodrette Afstand af Directionslinien $FH$ fra Punktet $g$ er $CF = \frac{1}{2} gE$; derfor maae i saadanne Tilfælde det tages dobbelt, som man fandt efter forrige §s. Regler.

§. 91.

Opg. At finde den Kraft, der paa Tridsen, som §. 26, og paa en Vinde, som §. 62, paa eengang overvinder Last, Tougenes Stivhed og Friction.

Opl. 1. For Tridsen. Efter §. 89. og 90. søge man, hvad der udfordres for Tougenes Stivhed. F. Ex. dersom Tallene i Exemplet §. 89 fandt Sted, saa var $x = 18$ ℔ 24 Lod, og altsaa, dersom $q$ eller $Q$, Lasten, var $= 400$ ℔; saa maatte $P$ være $= 437\frac{1}{2}$ ℔. Herpaa søger man efter §. 82. den Størrelse $K$, som endnu for Frictionens Skyld maae lægges til $P$. F. Ex. Tridse, Axel og Toug veie endnu 12 ℔ $= M$, og $f$ være $= \frac{1}{2}$ Tomme; saa er, fordi $a$ her er $= 4$ Tommer, $K = \frac{\frac{1}{2}(437\frac{1}{2} + 400 + 12)}{3 \cdot 4 - \frac{1}{2}} = 37$. Altsaa

faa var den hele Kraft, eller $P + K = 474$ ℔ næsten, og til den Kraft, der holder Ligevegt med $Q$, maatte der altsaa endnu lægges mere end 74 ℔, forend der kunde komme nogen Bevægelse.

Opl. 2. For Vinden. Ogsaa her søger man først, hvad Tougenes Stivhed udfordrer efter §. 90. Sætter man ligeledes Lasten 400 ℔; saa fandt man det, som umiddelbar paa Omkredsen af Bommen behøvedes, for at bøie Touget, her ligeledes $37\frac{1}{2}$ ℔. Men da Kraften er anbragt paa Omkredsen af Hiulet, saa slutte man, dersom $r$ er Bommens, $R$ Hiulets Radius, $x$ den Kraft, der umiddelbar skal anbringes paa Bommen; $R : r = x : y$. F. Ex. om Hiulets Radius var 2 Fod, saa er $y = \frac{4 \cdot 37\frac{1}{2}}{24} = 6\frac{1}{4}$. Nu saaer man $K$ af §. 82, naar kun $M$ endnu er bekiendt, hvilket enten findes ved umiddelbar Veining, eller, naar man veed Materialiernes specifiske Vegt, ved Hielp af Stereometrien. $M$ være da $= 300$ ℔; saa er nu $K = \frac{\frac{1}{2}(73 + 400 + 300)}{3 \cdot 24 - \frac{1}{2}}$ $= 5$ til 6 ℔, saa at $P + K$ maae være $= 78$ til 79 ℔.

## §. 92.

For Resten vil vel nu enhver af det, der er sagt om Tougenes Stivhed, let giøre sig den

Regel, ikke at giøre Tougene tykkere, end det behøves, og heller at tage Tridser af større Diameter. Endnu maae mærkes, at nye Toug udfordre mere Kraft for at bøies, end de, der allerede ere brugte.

§. 93.

Anmærkning om Tougenes Rivning over en cylindrisk Overflade. Theorien har fundet Regler, hvoreſter Tougenes Rivning retter sig, naar de gaae over en Cylinder, eller forskiellige Gange ere slagne om den; saa at Cylinderen er ubevægelig, uden at kunne dreie sig omkring sin Axel. Rummet tillader mig ikke, her at anføre mere end Resultaterne af disse Undersøgelser.

1) Naar lige store Vegter, $P$ og $Q$, hænge paa begge Sider ved et Toug, der hænger ned over saadan en Cylinder, og $P$ skal forøges saa meget, at Frictionen om Cylinderens halve Peripherie kan overvindes; saa vil den Vegt, som behøves dertil $K$ være $= \frac{P\pi}{3}$. F. Ex. om $P$ er $= 2$ ℔; saa var $P + K = 2 + \frac{2.3,14}{3} =$ 4,09 eller omtrent 4 ℔.

2) Dersom Touget gaaer een eller flere Gange omkring Cylinderens Peripherie, saa tælle man, omkring hvor mange halve Peripherier det

er

er snoet; dette Tal være $n$. Nu sætte man det i No. 1 fundne $P + K = V$, og den hele Kraft, som udfordres, for at overvinde $Q$ selv og Rivningen omkring Cylinderen, hede $S$; saa er $S = V. \frac{V^n - 1}{Q^n - 1}$. Saaledes var i forrige Tilfælde, naar Touget gik $3\frac{1}{2}$ Gang omkring, $S = 4. \frac{4^7 - 1}{2^7 - 1} =$

$4. \frac{2^6 . 2^6}{2^6} = 4. 2^6 = 256$ lb.

Da Forsøgene ville nok slaae ind med Regninger af dette Slags efter Belidors Archit. hydr. Tom. I. Livr. 1. §. 306; saa kan man heraf see, hvorledes det er mueligt, at man med en ringe Kraft, f. Ex. med een Haand, kan holde en uhyelig stor Last, naar det Toug, hvorved den hænger, er slagen nogle Gange om en Cylinder. Thi her er nu $Q$ den Kraft, som vi anvende, Lasten er $S$. Dertil hører ogsaa, at man paa Havbredden gior store Fartøier fast alene derved, at man lader et stærkt Ankertoug, som er bunden dertil, gaae 3 til 4 Gange omkring en Pæl. Nærmere Underretning om denne Sag finder man hos Belidor anf. St. og i Karstens Lehrbegr. Th. 4. §. 409. ff.

## XII. Materialiernes Fasthed, eller Styrke.

### §. 94.

De faste Legemer hænge vel alle sammen med en vis Kraft §. 13; dog viser den daglige Erfaring, at denne Kraft har sine Grændser, der rette sig efter Legemernes Art og Dimensioner. Enhver Maskine, f. Ex. Løftestangen og Vinden, betynges af Last og Kraft, og Sammenhængen i de Materialier, der bruges dertil, maae, om Hensigten skal opnaaes og Fare undgaaes, være stærk nok, paa det at Delene ikke skulle bøie sig eller brækkes. Endskiønt man ved de brugeligste Verktøier kunde rette sig efter Brugen, der er grundet paa mange, skiønt ubestemte Erfaringer; saa var det dog i Tilfælde, hvor der forekomme nye Sammensættelser og overordentlige Kræfter, meget ønskeligt, at have Regler, der vare grundede paa bestemte Forsøg og paa en Theorie, der stemmede overeens med Naturen, for med fuldkommen Sikkerhed at udregne eller at bedømme Delenes Styrke. Især kunde dette i alle Slags Bygningskunst tiene til, at undgaae store Ulykker, eller i det mindste ofte at hæve foruroligende Tvivl. Vi ville her foredrage det, man har fundet deromgaaende, og hvad der allerede er brugbart i Statiken og Mechaniken.

§. 95.

Dersom man ophænger et Legeme, $AB$ Fig. f. Ex. et Parallelepipedum af Træe eller Metal, 37. eller og et Toug paa en horizontal Bielke $C$, eller paa en anden Maade i vertical Direction i $A$, og nu hænger saa megen Vegt i $B$, indtil Legemet slides fra hinanden, saa kalder man denne Vegt (hvortil man endnu, om det behøves, maae lægge Legemets egen Vegt indtil det Sted, hvor det blev slidt fra hinanden), Legemets absolute Fasthed eller Styrke. Naar man forudsætter Legemer af ligeformig Tæthed; saa vil man være meget tilbøielig til at troe, at deres absolute Fasthed vil forholde sig, som det mindste horizontale Gjennemsnit imellem $A$ og $B$. Jo haardere Legemerne ere, desto mere indtræffer denne Regel. Dog vi ville strax hidsætte de nøiagtigste Forsøg, som ere gjorte over de Arter, der oven over nævnes. De ere tagne af Muschenbr. Introd. ad cohærentiam corporum firmorum.

I. Træe.

| | Parallelepipeda 0,27″ tykke i Firkant. | Cylindere 0,27″ i Diameter |
|---|---|---|
| | bleve slidte fra hinanden | |
| Bøgetræe | 1250 Amsterdamsk ℔. | = 1150 ℔. |
| Aske | = 1250 = | = = = |
| Eeg | = 1150 = | = 1150 = |
| Lindetræe | 1000 = | = 720 = |
| Elletræe | 1000 = | = = = |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Elm | = 950 Amsterdamsk ℔. | = | 850 ℔. |
| Fyr | = 600 = | = | 650 = |
| Gran | 550 = | = | = = |

| II. Metaller. | | III. Toug. | |
|---|---|---|---|
| Parallelepipeda 0,17" i Firkant | | Tykkelse | Fasthed |
| egen Tyngde | Fasthed | 6 Linier | 190 ℔ |
| ☿ ☉ 19,238 | 578 ℔ | 8 = | 330 = |
| ☽ 11,091 | 1156 = | 10 = | 540 = |
| ♀ 8,1818 | 638 = | 12 = | 750 = |
| Jap. ♀ 8,7267 | 573 = | 13 = | 840 = |
| Tydsk ♂ 7,8076 | 1930 = | 15 = | 990 = |
| Eng. ♃ 7,295 | 150 = | 16 = | 1030 = |
| Eng. ♄ 11,3333 | 25 = | 20 = | 2080 = |
| Denne Tabel er tagen af | | 24 = | 3000 = |
| Muschenbr. Introd. in | | 30 = | 4730 = |
| philos. nat. | | 36 = | 7900 = |

Da det vilde have været meget besværligt, umiddelbar at ophænge saa store Vegter, som her udfordres; saa betiende Muschenbroeck sig af en Bismer, Fig. 19, imellem hvis korte Arm og Jorden han indspendte det Legeme, som skulde slides fra hinanden, i egne dertil indrettede Hager, og skiød saa en tung Vegt saa langt ud paa den lange Arm, indtil Legemet blev slidt fra hinanden.

Da Cylinderens Giennemsnit forholder sig til Parallelepipedets, som 785: 1000. §. 178. Geom.; saa skulde Fasthederne ogsaa forholde sig saaledes, men dette slaaer ikke ind.

Træets

Træets Fasthed er forskiellig efter mange Omstændigheder, Landets Beskaffenhed, Egnen, Alderen, selv efter Stedet, hvor det er taget af Stammen.

Metaller strække sig først, og danne paa det Sted, hvor de ville gaae fra hinanden, to afkortede Kegler, der hænge sammen med den mindste Grundflade.

Tougene følge heller ikke nøie Forholden i deres Giennemsnit, men de tykkere ere svagere, end de efter samme skulde være. Af du Hamel l'art de la Corderie har man imidlertid Forsøg, der synes at modsige dette. Fasthederne af 4 Toug, af 6, 9, 12, og 18 Traade af lige Styrke, bare 631, 1014, 1564 og 2148 ℔. Tougene, paastaaer man, ere stærkere, jo mindre de snoes. Dette er da vel Hovedaarsagen til saa forskiellige Phænomener, hvortil Hampens Beskaffenhed og Tilberedningsmaade vel ogsaa bidrage deres.

Imidlertid indsees af sig selv ved Maskine- og Bygningsvæsenet Nytten af saadanne særskilte Tabeller, der ere grundede paa egne Forsøg, som ere giorte paa Stedet, endskiønt ingen fuldkommen bestemte almindelige Regler kunne udledes deraf.

## §. 96.

Naar et Legeme, f. Ex. en Træebielke er giort fast ved een eller begge Ender i en Muur,

eller paa anden Maade, eller hviler med eet eller flere Punkter paa Underlag, saa at det for sig selv ikke kan synke, saa kan man i en Afstand efter Behag fra Understøttelsespunkterne hænge Vegter derpaa, saalænge indtil Legemet paa eet eller andet Sted brækkes; den Vegt, der udfordres til denne Virkning, heder Legemets relative Fasthed. Ved den absolute Fasthed slides Legemerne fra hinanden, af en Kraft, hvis Direction gik igiennem deres Tyngdepunkt og Understøttelsespunkt; her brækkes de ved en Kraft, der formedelst dens Afstand fra Hvilepunktet altid har et vist Moment.

## §. 97.

Fig. 37. $CBA$ være den Plan, som et Parallelepipedum har tilfælles med en lodret Væg, hvori det er giort fast, og en Vegt, der er ophængt i $D$, vil stræbe at afbrække Prismet saaledes, at $CAB$ bliver den Plan, hvori det brækkes. $V$ være den absolute Fasthed, der er lige fordeelt over alle de Fibrer, som igiennemskæres af $CAB$. Der maae være $n$ saadanne Fibrer, og een af dem befinde sig i $E$, saa kan man forestille sig, at den i $E$ virker lodret paa Armen $EG$ af den brækkede Løftestang $EGD$; saa er i Tilfælde af Ligevegt $\frac{1}{n}V.\frac{EG}{GD} = p$. Men ere alle $n$ Fibrer ligeformig fordeelte over Planen $CAB$, og virke tilsammen lodret paa den

den med Kraften $V$; saa kan man paa samme Grund som ovenfor forestille sig denne hele Kraft forenet i et Punkt af Planen $CAB$, hvilket ikke er noget andet end Tyngdepunktet $H$, saa at i Tilfælde af Ligevegt vilde nu $p$ være $= \frac{\frac{1}{2}GE.V}{GD} = \frac{GH.V}{GD}$.

Dette er Galilæus's Regel, for at bestemme et Parallelepipedums respective Fasthed, hvorved der forudsættes, at alle Fibrer brækkes paa eengang. Af følgende Forsøg af Muschenbroeck seer man, at den Forudsættelse maae ved Træe ikke være overeenstemmende med Naturen. Parallelepipeda og Cylindere af samme Tykkelse og Diameter, som §. 95, og 10″ lange.

| Parallelepipeda af | brækkedes af | Cylindere af |
|---|---|---|
| Bøgetræe | $56\frac{1}{2}$ Uncer | $39\frac{1}{2}$ |
| Eeg | 48 | 51 |
| Elletræe | 48 | 40 |
| Elmetræe | 44 | |
| Grannetræe | 40 | |
| Fyrretræe | $36\frac{1}{2}$ | $34\frac{1}{2}$ |

Men f. Ex. ved Bøgetræe skulde $p$ være $= \frac{\frac{1}{2}.0,27.1250}{10}$, d. e. $P$ skulde være $=$ 16 til 17 ℔, hvilket er næsten 5 Gange saa meget, som Forsøget giver. Med Glas og Steene, der ere mindre bøielige end Træe, maae Theorien vel stemme noget nøiere overeens med Erfaring. For Resten have Mariotte i Traité du mouvement des

eaux. Part. V. 7. og Leibnitz i Act. Erud. 1684, derved, at de have taget Legemernes Bøielighed og Fibrernes Udstrækning i Betragtning, villet udbringe, at $p$ maae være $= \frac{\frac{1}{2}GE.V}{GD}$.

Jac. Bernoulli anfører Grunde i Memoires de Paris 1705, at det endnu maae være mindre, hvormed Mariottes Forsøg anf. St. temmelig godt slaae ind. En Sætning, som Galilæus udledede blot af sin Theorie, og som i det practiske er brugbar, Forholden af den respective Fasthed til den absolute maae være hvordan den vil, har imidlertid temmelig bestyrket sig ved Forsøg, og tiener til, i ethvert Tilfælde at finde de respective Fastheder, naar man kun veed dem i eet Tilfælde. Den indeholdes i følgende Opgaves Opløsning.

## §. 98.

Fig. 37* Opg. Naar et Parallelepipedum, hvis Længde $GD = l$, Høide $GE = AC = b$, og Brede $AB = b$, og som med den ene Ende tilstrækkelig er forbundet med en fast Sidevæg, brækkes af ved en Kraft $p$, der er anbragt i $D$, som altsaa udtrykker dets respective Fasthed; da at finde den Kraft $P$, der tilkiendegiver et andet Parallelepipedums respective Fasthed, naar det sidstes Længde $MN$ er $=$ $L$, dets

Fig. 38.

$L$, dets Høide $MR = H$, og dets Brede $MQ = B$.

Opl. Man søge eengang for alle $\frac{l.p}{b.h^2} = m$; saa er $\frac{m.B.H^2}{L} = P$; hvorfra dog, naar $g$ er Legemets egen Vegt og af nogen Betydenhed, endnu først maae fradrages $\frac{1}{2}g$; saa vil allerede $P - \frac{1}{2}g$ brække Parallelepipedum.

Bev. I det første Prpd. var $p = \frac{\frac{1}{2}GE.V}{GD} = \frac{\frac{1}{2}AC.V}{GD} = \frac{\frac{1}{2}h.V}{l}$. Ved det andet være den absolute Fasthed $= W$; saa var $P = \frac{\frac{1}{2}MR.W}{MN}$; følgelig $p$: $P = \frac{AC.V}{GD} : \frac{MR.W}{MN} = \frac{h.V}{l} : \frac{H.W}{L}$. Da nu $V : W = AC.AB : MR.MQ$; saa er $V = \frac{W.AC.AB}{MR.MQ} = \frac{W.h.b}{H.B}$. Følgelig er $\frac{h^2.b.W}{l.H.B} : \frac{H.W}{L} = \frac{h^2b}{l} : \frac{H^2B}{L} = p : P$. Altsaa er $P = \frac{l.p.H^2B}{h^2b.L} = \frac{l.p}{h^2b} \cdot \frac{H^2B}{L} = \frac{mH^2B}{L}$.

Naar nu $g$ er det andet Prisma's egen Vegt; saa vilde denne virke ligesaadan, som om den Vegt $\frac{1}{2}g$ var anbragt i $N$. Det fundne $P$ kan altsaa formindskes med $\frac{1}{2}g$.

F. Ex. Den respective Fasthed af en Fyrrebielke, der var 10 Fod lang, 8″ høi, og 6″ bred, fandt man, naar man efter Muschenbroeck søgde

søgde $\frac{l.p}{b.h^2} = \frac{36.10}{0,27^3} = m$. Da *log.* $m$ er = $l.\ 360 - 3\ l.\ 0,27 = 2,55630 - (4,29408 - 6)$ = 4,26222, og $l.\ \frac{H^2 B}{L} = l.\ 64 + l.\ 6 - l.\ 120$ = 0,50515; saa er *log.* $P$ = 4,76737, eller $P$ = 58530 Uncer, eller 3658 ℔. Bielkens halve Vegt iberegnet.

## §. 99.

Da det af Beviset §. 98. er klart, at $p : P = \frac{b.h^2}{l} : \frac{B.H^2}{L}$; saa følge deraf tre Hovedsætninger:

1) Naar Længder og Høider ere lige store; saa forholde de respective Fasthedere sig som Brederne, eller $p : P = b : B$.

2) Naar Breder og Høider ere lige store; saa forholde Fasthederne sig omvendt, som Længderne, eller en Bielke brækkes saa meget desto snarere, jo længer den er, eller $p : P = \frac{1}{l} : \frac{1}{L} = L : l$.

3) Naar Breder og Længder ere lige store; saa forholde Fasthederne sig som Høidernes Quadrater; saa at en dobbelt saa høi Bielke er 4 Gange saa stærk, eller $p : P = b^2 : H^2$.

§. 100.

De Tilfælde, da Parallelepipeder ligge an, eller ere endog saft indklemte eller indmurede, paa begge Ender, forekomme ofteſt i det practiſke. Belidor har i Science des Ingenieurs Liv. IV. Chap. 3 giort Forſøg derover med Parallelepipeder af Egetræe, ſom vi i Forveien ville foreſtille i en Tabel, og derpaa ſtykkeviis ſammenligne dem med Theorien. *A* ſkal betyde anliggende paa begge Ender, *E* indklemt.

| | *l* | *b* | *b* | | *p* ved Forſøg | ved Regning |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I. | 18″ | 1″ | 1″ | *A* | 406 ℔ | |
| II. | 18 | 1 | 1 | *E* | 600 » | |
| III. | 18 | 1 | 2 | *A* | 805 » | 812 |
| IV. | 18. | 2 | 1 | *A* | 1580 » | 1624 |
| V. | 36 | 1 | 1 | *A* | 187 » | 203 |
| VI. | 36 | 1 | 1 | *E* | 283 » | |
| VII. | 36 | 2 | 2 | *A* | 1585 » | |
| VIII. | 36″ $\frac{28}{12}$″ | | $\frac{20}{12}$″ | *A* | 1660 » | 1840 |

§. 101.

Derſom et Legeme *AB* var underſtøttet i Midten *C*, og det ſkulde brækkes af Vegterne, *P* og *Q*, der hænge paa begge Ender, *A* og *B*; ſaa maatte *P* være = *Q*, og da paa den-ene Side *L* er = *CA*, paa den anden *L* = *CB*; ſaa finder man $P = Q = \frac{m.B.H^2}{L}$. Naar altſaa Længde, Brede og Høide af Legemet *AB*, der er underſ-

Fig. 39.

derstøttet i Midten, stemmer overeens med et andet, der kun med den ene Ende er fast i Muren, saa behøver man 4 Gange saa megen Kraft, til at brække det første, som det sidste. Thi det første er at anse som to Parallelepipeder, der ere kun halv saa lange, som det sidste.

Var nu $AB$ understøttet ved Enderne i $A$ og $B$, og skulde brækkes af en Vegt $C$ i Midten; saa ere her Underlagene i $A$ og $B$, hvad forhen Vegterne $P$ og $Q$ vare, og Vegten $\Pi$ i $C$ kommer i Underlagets Sted. Altsaa maae ligeledes her $\Pi$ være $= 4P$, naar $P$ betyder den Vegt, hvormed $AB$, befæstet med den ene Ende, vilde brækkes.

Man behøvede altsaa i dette Tilfælde kun altid at bestemme $P = \frac{m.B.H^2}{L}$ efter §. 98. af Prøveforsøget, i det man sætter $AB = L$; men det fundne maatte multipliceres med 4.

Naar man sammenligner det Muschenbroeckske Forsøg med No. I; saa faaer man i Stedet for 406 ikkun 364 ℔ omtrent, naar alting bringes til eet Maal, hvilket dog ikke er saa synderlig stor Forskiel.

Men da ogsaa $4p : 4P = \frac{h^2 b}{l} : \frac{H^2 B}{L}$; saa kan man nu ogsaa lægge det Belidorske første Forsøg til Grund, og naar man i Stedet for $4P$ og

$4p$

$4p$ igien bruger Tegnene $P$ og $p$; saa er her $\frac{lp}{k^2b} = \frac{18.406}{1^3} = m$. Altsaa $P = \frac{18.406.H^2B}{L}$.

Da i No. III. alene Breden er dobbelt saa stor, saa skulde der findes 812 i Stedet for 805; i IV. for den dobbelte Høides Skyld 1624 i Stedet for 1580. i V. 203 i Stedet for 187 for den dobbelte Længdes Skyld; o. s. f. Dog ere Afvigelserne i Ting af dette Slags ikke at anfee for saa synderlig store.

Naar Længderne ere lige store, er $p : P = b^2b : H^2B$. Nu være $AC$ og $AB$ Dimensio- Fig. 37*. nerne af Giennemsnittet, og $AC < AB$; saa kan man lade Bielken ligge an enten paa $AB$ eller $AC$. Fasthederne ere altsaa som $AC^2.AB : AB^2.AC = AC : AB$, som den korte Side til den lange af Giennemsnittet. Heraf sees Fordelen af at lægge Bielken paa den høie Kant, d. e. paa den smalleste Side. Det III. og IV. Forsøg bekræfte dette.

At der, naar Parallelepipederne ere indklemte, eller Bielkerne indmurede, udfordres mere Kraft, til at brække dem, er naturligt, da Bielken i saa Fald maae brækkes paa 3 Steder paa eengang. Jeg finder Forholden af denne Fasthed ikke tydelig bestemt af Theorien. Belidors IIdet og VIte Forsøg, sammenlignet med I. og V, give den Regel: En Bielke, der er fast indmuret med begge Ender, er $\frac{3}{2}$ Gang saa fast, som

en,

en, der ligger frit. For Sikkerheds Skyld antager jeg dette indtil videre Undersøgelser, endskiønt andre paastaae, at indmurede Bielker skulde være 2 til 5 Gange saa faste, som frit liggende.

* §. 102.

Fig. 40. Et Parallelepipedum eller Bielke, understøttet ved begge Ender, hvis Længde $AB$ er $= a$, skal i Afstanden $AD = x$ besværes med en Last $\Pi$, hvorved den brækkes, og $P$ er den Vegt, som udretter dette i $C$, saa er $\Pi = \frac{\frac{1}{4}a^2 . P}{ax - x^2}$.

Bev. Blev Bielken kun understøttet i $A$, saa udfordredes der i $B$, $\frac{1}{4}P$ til at brække den §. 101. Dette anbragt i $D$ maatte være $\frac{\frac{1}{4}aP}{x}$. Derimod dersom der var en Understøttelse i $B$; saa vilde paa samme Grund den brækkende Kraft $\frac{\frac{1}{4}aP}{a-x}$ udfordres, naar den var alene. Da nu $A$ og $B$ virkelig begge ere understøttede; saa er den brækkende Kraft $\Pi = \frac{\frac{1}{4}aP}{x} + \frac{\frac{1}{4}aP}{a-x} = \frac{\frac{1}{4}a^2 . P}{ax - x^2}$.

Till. Jo mindre $x$ er, jo større bliver $\Pi$, eller der er desto mindre Fare for at brækkes, jo nærmere ved et Understøttelsespunkt Lasten hviler paa Bielken.

§. 103.

## §. 103.

Opg. Af en Cylinder eller et rundt Stykke Bygningstømmer, at udskære det stærkeste Parallelepipedum eller Bielke.

Opl. Diameteren $AB$ dele man, efterat al Barken er afskrabet, i 3 lige store Dele, og drage fra det første Delingspunkt $D$ den lodrette Linie $DF$; saa er $FB$ Breden, og $FA$ Høiden af den stærkeste Bielke. Fig. 41.

Men $FA$ er: $FB = \sqrt{2}$: 1. d. e. næsten som 7: 5, eller 3: 2, eller 4: 3. Thi $AD$ (2): $DF = DF$: $DB$ (1), følgelig $DF = \sqrt{2}$, og $DF$: $DB = FA$: $FB = \sqrt{2}$: 1.

Bev. Uden det Uendeliges Regning kan man ikke paa anden Maade overtyde sig om denne Sandhed, end ved Sammenligning med andre Rectangler, som man lægger i Cirkelen, eller ved Forsøg, som No. VII. og VIII. §. 100. Det mathematiske Beviis er dette:

* $B$ være $= FB = x$; saa er $FA = H = \sqrt{(a^2 - x^2)}$, naar $a$ er Diameteren. Da nu Længden $L$ her er uforanderlig; saa er Bielken stærkest, naar $x(a^2 - x^2)$ eller $a^2 x - x^3$ er $= Max.$ Følgelig naar $a^2 dx - 3x^2 dx = 0$. §. 344. Uend. Anal., eller $a^2 - 3x^2 = 0$, d. e. naar $\frac{a^2}{3}$ er $= x^2$, eller $x = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Men da er

$FB : FA = \frac{a}{\sqrt{3}} : \sqrt{(a^2 - \frac{a^2}{3})} = a. \frac{1}{\sqrt{3}} : \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$
$\frac{1}{\sqrt{3}} : \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 1 : \sqrt{2}.$

Till. Da altsaa $H$ er $= B. \sqrt{2}$; saa har man, naar det stærkeste Parallelepipedum er skaaret af en Cylinder, altid $P = \frac{2m. B^3}{L}$ §. 101. Det Belidorske VIIIde Forsøg skulde derfor give $\frac{2.18.406.20^3}{36.12^3} = 1880$, hvorfra det vel temmelig afviger, men giver dog mere end det VIIde ved lige stort Giennemsnit af Bielken.

§. 104.

Af Ligningen §. 101. 1) $P = \frac{m. B. H^2}{L}$ følger ogsaa 2) $\frac{PL}{m} = B. H^2$, saa at man ogsaa af en Bielkes givne Længde og den Vegt, den skal bære, efter Behag kan udlede de øvrige Dimensioner. Men da Belidors og andres Forsøg vise, at den respective Fasthed næsten altid er noget mindre, end Theorien lærde; da Büffon desuden har fundet, at en Bielke endnu efter en lang Tid brækkes af en Vegt, som den i Begyndelsen bar; og da vi maae undgaae ikke alene Brækningen, men ogsaa allerede Bøiningen; saa er det sikkerst, ved den første Ligning at sætte Bielken i det høieste kun halv saa stærk, som Regningen giver den, og

ved

ved den anden at bestemme Breden og Høiden saaledes, som den skulde bære i det mindste dobbelt saa stor Vegt, som den, der egentlig tales om, især om den uophørlig skal bære Vegten.

Af Ligningen $P = \frac{2m.B^2}{L}$. §. 103. Till. følger $\sqrt[3]{\frac{P.L}{2m}} = B$. Da nu $B.\sqrt{3}$ er $= a$, Diameteren af den Træestamme, hvoraf Bielken skal skæres; saa kan man, under de ovenfor angivne Cauteler, paa denne Maade finde, hvor stærkt Bygningstømmeret maae være til et vist Brug.

Læseren vil lettelig finde, hvorledes han kan benytte sig af Ligningen $\Pi = \frac{\frac{1}{4}a^2P}{ax - x^2}$. §. 102. efter sine Hensigter.

## §. 105.

Jeg behøver kun at anføre, at i Træe-Cylindere er den respective Fasthed, eller $P = \frac{mB^3}{L}$, naar $B$ her betyder Diameteren. Thi her ere Brede og Høide lige store. Efter lige saadanne Regler, som i forrige §. vil man ogsaa her kunne anstille de forskiellige Regninger.

## §. 106.

Gior Bielkens Axel (den maae være cylindrisk eller prismatisk) en skiev Vinkel $BCF = \Phi$ med Horizonten; saa udtrykkes enhver Vegt $\Pi$, Fig. 42.

Fig. 42. der blev anbragt i eet eller andet Punkt $C$ af Bielken, ved en Verticallinie $CD$, i Henseende til Directionen og Størrelsen. Drager man nu $CE$ lodret paa Arelen, og $DE$ parallel dermed; saa betegner $CE$ den egentlige Trykning paa Bielken, og $DE$ den Deel, som trykker Støtten i $A$. Da nu V. $BCF + FCE = R =$ V. $DCE + FCE$; saa er V. $DCE = \phi$. Men 1 : *cos.* $DCE = CD : CE = \Pi : \Pi$ *cos.* $\phi = CE$. Altsaa er den lodrette Trykning paa Bielken $AB$ ikke $\Pi$, men kun $\Pi$ *cos.* $\phi$. Var altsaa $\Pi$ endog alt, hvad Bielken i horizontal Beliggenhed kunde bære i $C$; saa vilde den i en skiev Beliggenhed endnu langt fra ikke brækkes deraf, dersom V. $\phi$ kun havde en nogenlunde Størrelse. Den virkelige respective Fasthed $P$ er her $\frac{\Pi}{cos.\,\phi}$. Thi da er $P$ *cos.* $\phi = \Pi$, eller det trykker lodret saa meget imod paa Bielken, som der er tilstrækkeligt til, i denne Direction at brække den. Kunde s. Ex. en Bielke i horizontal Beliggenhed bære 10000 ℔; saa vilde den under en Vinkel af 60° endnu kunne holde $\frac{10000}{cos.\,60^{\circ}} = \frac{10000}{\frac{1}{2}} = 20000$ ℔, uden at brækkes. Tagsparrer, Tømmerverket i Biergverkernes Assætninger, o. s. v. tiene til Exempler.

§. 107.

## §. 107.

Lodret staaende Piller eller Støtter skulde altsaa, som det synes, ikke kunne brækkes. Thi *cos.* 90° = 0. Altsaa var her $P = \frac{\Pi}{0} = \infty$. Men Natur og Erfaring modsiger dette. Alle Legemer have flere eller færre, heller ikke altid ligeformige, Mellemrum. En alt for stor Last, som hviler paa en Pille, trykker nogle Dele sammen, imedens andre maaskee endnu giøre Modstand. Pillen bøier sig over til den Side, hvor Delene have givet efter, og — brækkes. Mestendeels skeer dette henimod Midten af dens Høide, eller paa et andet besynderlig svagt Sted. Ved den liden Overeenstemmelse, som her endnu er imellem Theorie og Erfaring, vil jeg kun kortelig berøre den førstes Regler og den sidstes Opdagelser. Dersom vi sætte, at Pillen skal bøie sig over fra $C$ til $A$, og da brækkes; saa være her Fig. 43. $AC = H$, og hede Høiden, $AB = B$, Breden, hvor den brækkes; $AD = L$, Pillens Længde eller Høide; ved en anden Pille kalde man de samme Dimensioner $b$, $b$ og $l$. Nu har man af Theoriens hidtil anførte Forudsættelser udledet den Regel $p$: $P = \frac{h^2 b}{l^2} : \frac{H^2 B}{L^2}$. Var altsaa $AC = AB$, eller i Almindelighed $b = b$, $H = B$; saa var da $p$: $P = \frac{b^3}{l^2} : \frac{B^3}{L^2}$. Og ligeledes ved

cylindriſke Støtter, ſordi $b$ og $B$ her ere Diametrene. Deraf ſulgde, at en to Gange ſaa tyk Pille eller Støtte kunde, naar Længderne vare lige ſtore, bære 8 Gange ſaa meget. Men Muſchenbroecks Forſøg Introd. ad Phil. nat. §. 1718 give ved Fyrre- og Lindetræe $p : P = b^4 : B^4$ næſten, naar $l$ er $= L$. Ved Bøge- og Egetræe ſandt han hverken den cubiſke eller den biquadratiſke Forhold.

Ere Tykkelſerne lige ſtore; ſaa maatte en dobbelt ſaa høi Støtte være 4 Gange ſaa ſvag.

## §. 108.

Alle Regler for den reſpective Faſthed, mener man, ſkulde ſlaae bedre ind ved de ſkiørere Legemer, f. Ex. ved Steen og Glas, end ved det bøielige Træe. Men det mangler endnu paa Forſøg. — Heller ikke har man anſtillet ſaadanne ved Metal, ſordi dette meſtendeels alt for ſtærkt ſtrækker og bøier ſig. Det var en meget vigtig Sag, om man nøie kunde forud beſtemme denne Bøining, og altſaa forebygge den. Her maae man endnu mere end ved Træe behielpe ſig blot med ungefære Beſtemmelſer af Praxis.

## XIII. Om virkelig bevægede Maskiner, naar de ere komne i Fart, og om de bevægende Kræfter, især af leve de Legemer, med Anvendelse paa Vinden.

### §. 109.

Dersom man paa Omkredsen af Hiulet §. 91. Opl. 2. endog havde søreget den trækkende Kraft indtil 79 ℔; saa vilde der dog endnu ingen Bevægelse skee, fordi det kun netop er tilstrækkeligt til, at overvinde Last, Friction og Touets Stivhed. Ligesaa om der i Stedet for de 400 ℔ kun hænge 180 ℔ paa Vinden, og der udfordredes 30 ℔ Kraft, for at sætte dem i Ligevegt; saa maatte et Menneske, der vilde sætte Maskinen i Bevægelse, være i Stand til (i det mindste i Begyndelsen) at anvende mere end 30 ℔ Kraft; og naar han virkelig anvender saadant et Overskud, saa fremkommer en Bevægelse. Men da nu det Punkt af Hiulet, som der gribes an paa, viger fra Arbeiderens Haand, saa maae Haandens Trykning imod dette Punkt blive gradviis mindre, fordi Menneskets ikke kan virke saa stærkt paa et Legeme, der allerede bevæger sig, som paa et, der endnu hviler. Derved altsaa, at Maskinen efterhaanden gaaer hurtigere og hurtigere omkring, maae det tilsidst, og dette skeer almindelig meget snart, komme saa vidt, at Arbeidets Trykning mod det Punkt, der gribes an

paa i Hiulets Omkreds, dog kun beløber sig til 30 ℔, omendskiønt den i Begyndelsen havde været 60 og flere ℔ stærk. Naar Arbeideren da ogsaa selv beholder den Hurtighed, hvormed Hiulet bevæger sig; saa vil Maskinen blive i et ligeformigt Omløb, uagtet Arbeideren ikke virker med mere end 30 ℔ Kraft paa den.

Altid naar et lignende Tilfælde træffer ind ved en Maskine, Kræfterne, der ere anbragte paa den, maae være, hvordan de ville; saa heder det, Maskinen er kommen i Fart. Til Exempel kan her forud tiene Vandets Virkning paa en Maskine med et Underfaldshiul.

Anm. I Almindelighed tales her kun om relative Kræfter. Thi Vegter vilde uophørlig, eller i det mindste meget længer, forstærke Bevægelsen, §. 19. Till. 4. Der høre besynderlige Indretninger til, om de skulle blive ligeformige. Naar relative Kræfter sammenlignes med Vegter; saa er dette kun at forstaae om Vegternes Trykning i Begyndelsen.

## §. 110.

Naar Vinden paa den omtalte Maade er i sin Bevægelse kommen i Fart; saa trækkes en vis Last $Q$ med en vis Hurtighed $V$ i Veiret paa den. Ingen tviler paa, at jo Virkningen er dobbelt, tredobbelt, o. s. v., naar den dobbelte, tredobbelte Last bevægedes med samme Hurtighed, eller samme Last med dobbelt eller tredobbelt Hurtighed. Dobbelt Last bevæget med dobbelt Hurtighed, var en firedobbelt Virkning. Kalder man

man nu Productet af Lasten, eller i Almindelighed af den samtlige Modstand i Hurtigheden, for Lastens eller Modstandens mechaniske Moment, saa seer man, at Maskinens Virkning maae sættes lige stor med dette mechaniske Moment.

Ligeledes kan man kalde Productet af Kraften i den Hurtighed, hvormed den bevæges i det Punkt af Hiulets Omkreds, der gribes an paa, for Kraftens mechaniske Moment.

## §. 111.

**Kraftens mechaniske Moment paa Vinden er lige saa stort som Maskinens Virkning.**

Bev: Da der, naar Maskinen er kommen i Fart, §. 109, kun endnu, formedelst den bekomne Hurtighed, virker just saa megen Kraft paa den, som der udfordredes, for at sætte den samtlige Modstand i Ligevegt; saa maae, ligesom §. 69, Productet af denne Kraft i sin Hurtighed, være ligesaa stort, som Productet af den samtlige Modstand eller Lasten i sin. Saaledes er altsaa Kraftens mechaniske Moment lige stort med Lastens mechaniske Moment, følgelig med Maskinens Virkning.

Anm. Til den samtlige Modstand hører ogsaa Friction og Tougenes Ubsielighed. Jo ringere de ere, jo større kan den egentlige Last eller Modstand være, der ved Hielp af Maskinen overvindes af Kraften.

§. 112.

Naar Maskinen er i Fart, og $P$ er den Kraft, hvormed f. Ex. en Arbeider virker paa Hiulets Omkreds, $c$ hans eller det angrebne Punkts Hurtighed; saa ere disse Størrelser for saavidt forandelige, som de ligge imellem visse Grændser, saa at den ene bliver større, naar den anden formindskes. Ved levende Legemers Kræfter er dette tilstrækkeligt klart deraf, at, jo hurtigere et Dyr eller Menneske bevæger sig, desto mindre kunne de bære eller trække, og omvendt.

§. 113.

Mennesker og Dyr skulle almindelig en Tidlang kunne uafbrudt fortsætte Arbeidet paa en Maskine. Deres Skift pleier man at ansætte for 2 til 3 Timer. Forsøg have lært, at i horizontal Trækning kunne et Menneske og en Hest, begge antagne af Middelstyrke, i 2 til 3 Timer opholde, den første omtrent 60, den anden 7. 60 = 420 ℔, da de saa endelig trættes. Vi antage nemlig derved, at der ingen Bevægelse maae foregaae, men at disse Laster, der f. Ex. hænge ned over en Tridse, alene skulle holdes, i en Stilling, der ikke er ubeqvem for Dyret. Ligeledes kan et Menneske eller en Hest, naar de intet andet have at bære, end sig selv, gaae et Par Timer, det første med 6 Fods, den sidste med 12 Fods Hurtighed. Det forstaaer sig, at Landets Beskaffen-

skaffenhed, Sundhed, især Øvelse, naar der skal arbeides ved Maskiner, o. s. v. her frembringe Forskiellighedder. — Nu være $p$ den høieste Kraft, som Dyret kan udøve uden Hurtighed, $C$ den Hurtighed, det kan antage, uden at anstrenge Kraft til noget andet; saa er $P.\ c = 0$, naar $P$ sættes $= p$, eller $c = C$. Imellem disse to yderste Grændser maae der forekomme et Tilfælde, da $P.\ c$ er størst, i det $P$ antages $< p$, eller $c < C$.

## §. 114.

Erfaring har lært, at $P.\ c$ er størst, naar Menneske og Hest gaae frem med den Hurtighed $c = \frac{1}{3} C$, altsaa Mennesket med 2, Hesten med 4 Fods Hurtighed. Mennesket vil da endnu kunne virke med 25 til 30 ℔, Hesten med 175 til 180 ℔s Kraft paa det angrebne Punkt af Maskinen.

Det lader sig ikke bestemme, efter hvad for en Lov Størrelserne $P$ og $c$ egentlig ere afhængige af hinanden. Imidlertid har den Eulerske Hypothese, at sætte $P = p\,(1 - \frac{c}{C})^2$, megen Sandsynlighed, fordi den stemmer overeens med de sidste Sætninger af §. 113, og desuden slaaer ind med Erfaring. Efter den lod det sig beregne, hvor megen Kraft det dyriske Legeme endnu kunde anvende ved enhver Hurtighed, der var min-

dre

dre end $C$. F. Ex. Et Menneske kunde med 4 Fods Hurtighed kun endnu virke med den Kraft $P = 60\,(1-\frac{4}{6})^2 = 60.\frac{1}{9} = 6\frac{2}{3}$ ℔, til at overvinde en Modstand. Ligeledes finder man, at en Hest, som endnu skulde anwende 105 ℔s Kraft, kunde gaae frem med 6 Fods Hurtighed. Thi af Ligningen følger $c = C\,(1 \pm \sqrt{\frac{P}{p}})$, hvor den negative Værdie gielder.

* Da nu $Pc$ er $= p\,(1-\frac{c}{C})^2$. $c = \frac{pC^2c - 2pCc^2 + pc^3}{C^2}$; saa er $Pc$ først, naar $d.Pc = \frac{pC^2dc - 4pCcdc + 3pc^2dc}{C^2} = 0$, følgelig $C^2 - 4Cc + 3c^2 = 0$. Dette giver nu $c^2 - \frac{4}{3}Cc = -\frac{1}{3}C^2$, og $c = \frac{2}{3}C \mp \sqrt{(-\frac{1}{3}C^2 + \frac{4}{9}C^2)} = \frac{2}{3}C \mp \sqrt{\frac{1}{9}C^2}$, hvilket giver $c = \frac{1}{3}C$, naar man, som her udfordres, tager den negative Værdie, hvoraf følge de oven omtalte Værdier af 25 til 30, og af 175 til 180 ℔, naar man sætter $c = \frac{1}{3}C$ i Ligningen for $P$.

## §. 115.

Da $Pc$ tilkiendegiver Maskinens Virkning, saa vil man saae den fordeelagtigste Virkning, naar man veed at indrette alting saaledes, at $P.c$ faaer den største muelige Værdie. Man seer af den forrige §., hvorledes dette kan opnaaes med Mennesker og Heste.

§. 116.

## §. 116.

Imidlertid naar Hurtigheden $c$ sættes $= \frac{1}{3} C$; saa kan efter Omstændighederne $P$ være større eller mindre, naar $p$ maae agtes større eller mindre. Herved kommer det med Mennesker og Dyr fornemmelig an paa, om deres Stilling ved Arbeidet er beqvem eller ubeqvem, om den kan uafbrudt virke lodret paa Løftestangsarmen eller Hiulets Radius, og fornemmelig om de alene virke ved at anstrænge deres Muskler, eller om de kunne tage noget af deres Legems Vegt til Hielp, og hvor meget. Dette vil best falde i Øinene ved Anvendelse paa de forskiellige Slags Vinder.

## §. 117.

Bommen ligger enten horizontal, eller staaer vertical. Dette giver den Hovedinddeling i liggende og staaende Vinder. De første hede ogsaa Bradspil; de sidste Gangspil.

I. Hiulspillet med Touget uden Ende. Fig. 44. Touget kan være saa langt, som man vil have det. Det ligger i Huulningen af Hiulet eller Skiven $AB$. Jerngaflerne eller Vædderhornene hindre, at det ikke glider af, eller springer ud. Det første skeer desuden ikke i Følge §. 93. Folkene, der ved det bestandig trække lodret paa $CB$, kunne næsten tage deres hele Vegt til Hielp. Naar man lægger Vindebommen paa to Hattebielker; saa kunne derved Laster skaffes op og ned igiennem

alle

alle Stokverker af et Huus, og i hvert Stokverk ansættes Arbeidere.

Fig. 45. II. Hiulspillet med Tværstokke. Da Arbeiderne her kunne gribe fat paa een Stok *ab* efter den anden; saa have de det temmelig i deres Magt, at virke lodret paa Radius, og tillige at føre sig deres egen Vegt til Nytte. Den bruges i Biergverker.

III. Hiulspillet med Horn. Saaledes kalder man de Tappe, der ere indsatte paa Omkredsen af Hiulet. Det samme gielder saa temmelig her, som er sagt ved No. II.

IV. Krydsspillet. Igiennem Bommen stikkes Haandspager, i et retvinklet Kors; det skeer, naar Last og Kraft er mindre end i de forrige Tilfælde, man altsaa ikke behøver at frygte for nogen Brækning, for at spare Omkostningerne med Hiulet. Man seer, at Arbeideren her mindre kan undgaae, en Tidlang at trække temmelig skieyt paa Løftestangsarmen. Alle de 4 omtalte Arter tillade imidlertid en temmelig betydelig Afstand af Kraften fra Bevægelsens Axel; der kunne ogsaa paa begge Sider af Lasten anbringes saadanne Hiul eller Kors paa Bommen, naar man vil sætte flere Arbeidere til.

Fig. 46. V. Hornspillet eller Biergverksvinden. I Stedet for Armene er paa den anbragt et Haandgreb paa begge Ender af Bommen. Længden fra *A* til *B* er Haandgrebets Boining, og Kraftens Afstand fra Bevægel-

vægelsespunktet; paa $BC$, det egentlige Horn, der er lodret paa $AB$, griber Arbeideren an, og dreier Maskinen omkring. Da Haanden bestandig maae følge Punktet $B$; saa maae det passes saa, at dette Punkt hverken kommer til at ligge for høit eller for lavt. Man vil derfor ikke kunne antage Bøiningen $AB$ større end 12 til 18 Tommer. Altsaa kan Kraftens Moment, følgelig ogsaa Lasten her ikke være synderlig stor. Det vil heller ikke være mueligt for Arbeideren, bestandig at virke lodret paa $AB$; dette gaaer f. Ex. kun an, naar $AB$ er horizontal. Allerskieveſt bliver Kraftens Direction, naar $AB$ staaer vertical, eller hænger ned. Desuden kan Arbeideren kun benytte sig voget af sin Vegt, naar han trykker Haandgrebet ned. Man seer altsaa, at Hornspillet, ligesom alle Maskiner med Haandgreb eller Krumtappe, vil have en meget ujevn Gang. Arbeiderne maae altsaa bestandig ligesom begynde fra nye af, eller sætte an, derved maae de desto sør trættes, om de ellers skulle giøre ligesaa megen Virkning paa Maskinen, som ved en anden Indretning. Hvorfor man her kun i det høieste kan ansætte $P$ til 20 ℔, og maae hernæst stræbe, paa en anden Maade at skaffe Maskinen en jevn Gang. Et Middel dertil er dette: Man sætte begge Haandgrebene saaledes, at de Planer, hvori de ligge, skære hinanden under rette Vinkler. Naar da det ene kommer i den vertieale Stilling, saa saaer det andet i

den

den horizontale den stærkeste Trykning. Derved opnaaer man vist bedre sin Hensigt, end naar man kun sætter dem saaledes, at det ene staaer vertical op, naar det andet hænger ned. Forbinder man med det første Slags endnu et Svingehiul, eller et Par saa kaldte Svingelod; saa lader Bevægelsen sig gisre temmelig jevn.

## §. 118.

Om den sidst benævnte Indretning anmærke vi her følgende: Dersom der paa Vindebommen er anbragt en massiv Skive, eller dog et Hiul *DE*, forsynet med stærke Fælter, Fig. 46, eller paa Haandqvernen Fig. 57. en Stang, der paa begge Ender er besværet med et Par Vegter, saaledes at Hiulets eller Stangens Tyngdepunkt ligger lige i Axelen; saa heder den første Indretning et Svingehiul, den anden et Svingelod. Da begge ere understøttede i Tyngdepunktet, og dette bliver saaledes, i hvad Beliggenhed de end saae; saa have de ingen videre Indflydelse paa Maskinen, end at deres Vegt formerer Frictionen paa Tappene. De ere altsaa kun at ansee som uvirksomme Masser, der imidlertid sættes i Bevægelse tilligemed Bommen, og maae antage samme Hastighed i Omløbet, som den. Sæt, at Arbeideren slap med Haanden, efterat han havde givet det horizontalliggende Haandgreb den stærkeste Trykning; saa vilde Maskinen dog ikke strax staae

Fig. 46. Fig. 57.

gaae stille, men i Følge Inertien endnu med den bekomne Hastighed gaae frem i den eengang antagne Direction. §. 7. 15, vel kun for en Tid, fordi de almindelige Hindringer for Bevægelsen, men fornemmelig Lasten, der trækker i modsat Direction, vilde efterhaanden svække Hastigheden af Omløbet, bringe Maskinen til Hvile, og tilsidst vel endog dreie den til den modsatte Side. Jo mere Masse og jo større Hastighed et bevæget Legeme imidlertid har, desto længer vil det vare, forend Afstagelsen i dets Bevægelse bliver kiendelig. Det er Aarsagen til den anseelige Masse, som man giver Svingehiulet, og for det meste anbringer paa Omkredsen af det, hvor den faaer størst mechanisk Hastighed. Betænker man derhos tillige, at Kraften dog i forehavende Tilfælde ikke ganske ophører, men er kun for en Stund virksom i en ringere Grad; saa bliver det fuldkommen begribeligt, hvorledes det tunge, eller rettere meget uvirksomme d. e. paa Materie meget rige Svingehiul er i Stand til, at udrette, at Maskinen gaaer frem med temmelig eensformig Hastighed, saalænge indtil Kraften igien kan virke paa den med fuldkommen Styrke. Disse Regler til den fordeelagtigste Indretning af Svingehiulet, 1) at fordele dets Masse ligeformig omkring Bevægelsens Axel, 2) i Forhold til Maskinens øvrige Dele at give det tilstrækkelig Masse, men dog 3) ikke at giøre det unødvendig tungt, for ikke for meget at

forøge Frictionen, og 4) at indrette dets Figur saaledes, at Luften ikke forefinder for stor Plan, som den kunde giøre Modstand, følge af sig selv af det, der hidtil er sagt.

I det følgende ville vi finde Leilighed til, at vise, at et Svingehiul paa samme Grunde er fordeelagtigt, naar Lastens Moment ikke bliver lige stort i alle Maskinens Stillinger, hvortil da og saa det nærværende Tilfælde lader sig henføre.

## §. 119.

Af de staaende Vinder gives der endnu færre virkelig fra hinanden forskiellige Arter. De bevæges alle med Trække- eller Skydestangen *AB*, Fig. 47. som den 47 Fig. viser. Menneskket kan her bestandig virke lodret paa Armen, og i det han lægger sig for over, og holder med Fødderne imod Jorden, ogsaa bruge sine Muskler paa den fordeelagtigste Maade. For Hesten maae, naar den ikke høist ubeqvemt skal dreie sit lange Legeme, Trækstangen i det mindste have 12 Fods Længde. Skal den bestandig virke lodret derpaa, saa maae Armen være 18 til 20 Fod lang. Flere Mennesker eller Heste kunne da og efter Omstændigheder ansættes ved en Træk-Arm.

Fig. 47. Den Maskine, som den 47de Fig. forestiller, hvor Touget opvikler sig ovenfor Trækstangerne, ville vi i Bierqmandsproget kalde en Gopel, Fig. 48. til Forskiel fra Jordvinden (ergata hos Romer-

re Fig. 48). For at forebygge ved den sidste, at Touget ikke skal lægge sig oven paa hinanden, ansættes en Arbeider, der maae trække horizontal paa det, da det saa af sig selv vikler sig af, imedens det paa den anden Side vindes op. Jordvinden bruges ikke alene til, at bevæge en Modstand i horizontal Direction; men den lader sig og, ligesom en Gøpel, ved Hielp af Tridser §. 26. Till. 2. saaledes indrette, at Læster kunne dermed vindes op, endog langt høiere, end Vinden staaer.

Naar der paa Bommen af de staaende Vinder anbringes en saa kaldet Kurv, saa kan man slaae et dobbelt Toug derover, saa at det ene vikler sig af, naar det andet snoer sig paa. Ved de liggende Vinder behøver man til denne Hensigt kun at forsyne Touget med en Krog paa begge Ender, naar Maskinerne skulle arbeide uden Ophold.

## §. 120.

Der gives endnu to Indretninger ved Vinden, for at benytte sig af levende Legemers Vægt, til at drive Maskinen omkring. Det er Trædehiulet og Trædeskiven. Til det første bruges fornemmelig Mennesker, vel undertiden Dyr og især Heste; til den sidste almindelig Heste eller Oxer.

Trædehiulets Indretning kommer fuldkommen overeens med Fig. 45, naar man i Stedet for Stokke indsætter Planker, og gior Hiulet stort nok i Radius, paa det at Dyrene eller

Fig. 49. Menneskene kunne have Plads. Imidlertid være Fig. 49. Trædehiulets Gjennemsnit; stod nu Mennesket eller Dyret i $B$, naar $CA$ er en vertical Radius; saa kunde $BF$ betegne den trykkende Krafts hele Vegt, hvilken opløses i Sidekræfterne $BE$ og $BD$. Deraf virker ikun $BE$ til Hiulets Omløb, $BD$ trykker kun Axelen. Da nu $\measuredangle BFE = DBF = DCA$; saa vil, naar $\measuredangle DCA$ sættes $= \eta$, den Kraft, der driver Hiulet om, være $= P. \sin. \eta$, naar $P$ er hele Dyrets Vegt. Lignende Slutninger gielde for Fig. 50. Trædeskiven, naar man forestiller sig $KL$ som Diameteren, der ligger i det verticale Gjennemsnit gjennem Axelen, og $B$ som Dyrets Standpunkt i den yderste Omkreds, og $90^\circ$ skrive som $L$. Da kan $BE$ betegne en Retningslinie i $B$, og naar nu $BF$ er en vertical Linie, og betegner det hele $P$; saa forestiller ogsaa her $BE$ den Deel, som virker paa Hiulet. Da fremdeles $BFE$ er Skivens Vinkel med Verticallinien $BF$, saa maae dens Udfyldning til $R$ eller $\measuredangle BFE$ være dens Beining til Horizonten. Følgelig er ogsaa her $P. \sin. \eta$ Størrelsen af den Deel af Kraften, der virker til, at drive Maskinen om.

Ved Trædehiulet kan $\eta$, i Følge gjorte Forsøg, i det høieste sættes $30^\circ$, naar Mennesker skulle arbeide paa Maskinen, saa at da deres mechaniske Moment bliver $\frac{1}{2} P. c$, og naar en Mands Vegt sættes 200 ℔; saa kunde han virke

paa

paa Maskinen med 60 ℔. Størrelsen $c$, troer jeg, man maae her sætte mindre end 2 Fod, fordi man efter mine Tanker maae forestille sig Sagen saaledes, som Menneskket bærer sin egen Vegt op af en skiev Plan af 30 Graders Bøining. Dog bliver det Menneskket ikke saa besværligt at bære, som at trække.

Just fordi det bliver Dyrene forholdsviis besværligere at bære, end Menneskene, saa kunde man heraf udlede det, hvorfor Heste og Øxer, i det mindste ikke saa godt som Menneskket, kunne gaae op af Bakke. Dermed stemmer den Jagttagelse overeens, at, naar de omtalte Dyr skulle drive Trædehiulet eller Trædeskiven omkring, kan man i det høieste kun antage Vinkelen $\eta$ til $19\frac{1}{2}°$. Jeg kiender imidlertid store og velindrettede Vandkunster med Trædeskiver, hvor man kun har antaget $\eta$ af 12 til 13°, og forsikrede, at Hestene vilde udslæbes alt for meget ved en større Vinkel. Dette vilde kun give Bevægelsesmomentet omtrent $\frac{22}{100} P. c$; saa at, om man endog satte $c = 4'$ og $P = 800$ ℔, kom der dog just ingen Fordeel ud ved denne Indretning, især naar man betragter den store Friction, der maae foraarsages ved saa tunge Hiul.

Skulle flere Mennesker eller Dyr anbringes; saa maae de gaae ved Siden af hinanden, ikke efter hinanden, hvortil Aarsagen er klar nok.

Trædeskivens Radius maae beløbe sig i det mindste 18 til 20 Fod, paa samme Grund, som ovenfor er anført om Gøpelens Træk-Arme. Trædehiulet maae i det mindste have 12 Fod i Diameter.

§. 121.

Opg. Naar Kraften $P$ og Hastigheden $c$ af det Punkt, der gribes an paa, ere givne, da at finde Lasten $Q$, der i en given Tid $t$ kan bringes til en Høide $s$.

Opl. Hastigheden af Lasten $Q$ maae sættes $= \frac{s}{t}$. §. 5. Altsaa er $Q \cdot \frac{s}{t} = P \cdot c$. Følgelig $Q = \frac{P \cdot c \cdot t}{s}$. Saaledes lader sig altid af 4 Størrelser den 5te finde, naar de øvrige ere givne. Dog maae man mærke, at man helst antager $c$ til 2 og 4 for Mennesker og Heste, og at Frictionen og de øvrige Hindringer ogsaa endnu indeholdes i $Q$.

§. 122.

At giøre Maskinens Indretning, naar $c$ er given, Vindens Art er valgt, for Resten ogsaa $t$ og $s$ ere foreskrevne.

Opl. Naar $\rho$ er Bommens, $r$ Hiulets eller Haandgrebets Radius; saa er $2\pi\rho$ Bommens, $2\pi r$ Hiulets Omkreds. Da nu $\frac{s}{t}$ er

Lastens,

Baſtens, og $c$ Kraftens Haſtighed; ſaa er Bom-mens Omløbstid $\frac{2\pi\varrho}{s}\frac{t}{}=\frac{2\pi r}{c}$, Hiulets Omløbs-tid; følgelig $\frac{\varrho.t}{s}=\frac{r}{c}$, altſaa $\varrho=\frac{rs}{tc}$, og $r=\frac{\varrho ct}{s}$.

Naar man ſ. Ex. med et Hornſpil §. 117. V. vil i 10 Minuter have 2 Centner vundet op til en Høide af 210 Fod; ſaa beſtemme man $r$ til $1'6''=1\frac{1}{2}$ Fod efter §. 117. og $c$ til 2'; følgelig maae $\varrho$ være$=\frac{\frac{1}{2}.210}{60.10.2}=3$ Tomme. Holdt man $\varrho$ for liden efter §. 105; ſaa maatte man tage $t$ mindre; ſ. Ex. 6 Minuter, da $\varrho$ bli-ver$=5$ Tomme.

## §. 123.

Opg. Naar Maſkinens Indretning er given, da af Laſten at finde Kraften, og omvendt.

Opl. 1. For den liggende Vinde. Man ſøge efter §. 91. hvad Tougets Ubøielighed ud-fordrer, og kalde den ſamtlige Modſtand $Q$; ſaa er dens Moment $\varrho Q$. Hertil kommer endnu Fri-ctionens Moment $fF$, naar $f$ er Tappens Radius. Man har altſaa $\varrho Q+fF=rP$, og $rP-fF=\varrho Q$. Derſom altſaa $Q$ er given; ſaa er $P=\frac{\varrho Q}{r}+\frac{fF}{r}$. Man ſøger altſaa $\frac{\varrho Q}{r}$, og ſætter det lige ſtort med $P$. Af §. 82. ſøger man nu $F$, og for-merer

merer $P$ endnu med $\frac{fF}{r}$. F. Ex. for at trække 200 ℔ op, maae Touget være 10 Linier tykt §. 95, altsaa er $Q = 207$ §. 91. og $\frac{\varrho Q}{r} = 57\frac{1}{2}$ efter §. 122. Altsaa er $F = \frac{1}{3}(207 + 57\frac{1}{2} + 240)$ §. 82, naar man sandt Bommen med Tilbehør 240 ℔; fremdeles $\frac{fF}{r} = 5$, naar $f$ sættes $= \frac{1}{2}$ Tomme. Følgelig er $P = 62\frac{1}{2}$ ℔, hvilket udfordrer 3 Mennesker §. 117. *V*. Endnu lettere finder man $Q$, naar $P$ er givet; fordi man, for at finde $F$ af §. 82. kan sætte $Q = \frac{rP}{\varrho}$.

2. For den staaende Vinde. Naar $e$ her er Tappens Radius, og $R$ Vegten af Bommen med Tilbehør; saa har man Momentet af Modstanden og Frictionen tilsammen $\varrho Q + \frac{2}{3} e. \frac{1}{3} R = rP$, §. 85. og $\varrho Q = rP - \frac{2}{3} e. \frac{1}{3} R$. Anvendelsen er let.

## XIV. Om Kranen.

### §. 124.

En Maskine, ved hvis Hielp man bequemt kan tage en stor Last op paa et Sted, løfte den i Veiret, og igien nedlægge den paa et andet Sted, heder en Kran. F. Ex. naar store Pakker Vare skulle bringes fra Bunden af et Fartøi,

der

der ligger lavere end Strandbredden, op paa Strandbredden. Man betiener sig dertil med Føie af en Vinde, mestendeels med Trædehiulet §. 120. Denne Maskines Indretning er altid meget forskiellig; hvorfor vi her kun anbringe een Tegning, hvoraf man letteleg vil forstaae de øvrige. Fig. 51. Om Bommen af Trædehiulet $A$ opvikler sig et Toug, som løber ovet Tridserne, $a$, $b$ og $c$; det ligge i den skraaeliggende Bielke $BC$, den saa kaldte Snabel; (Tridserne maae i Følge §. 92. ikke gisres for smaae). Ved $C$ hænger dette Toug ned, og har paa Enden en Jernkrog $D$, hvori Lasten hænges. Er den nu, ved at drive Hiulet $A$ omkring, bragt til den Høide, man vil have den; saa behøver man kun at tage fat paa den yderste Ende af den Aamme, hvori Bommens Tappe løbe, saa kan man, formedelst Tougets Forbindelse med Snabelen, og dennes med den staaende Tømmerstok $EF$, der i $G$ løber omkring en Tap, dreie Snabelen, og med den Lasten, hvorhen man vil. Naar man paa mueligste Maade vil bevare alting for Veirliget; saa behøver kun endeel af Taget paa den Bygning, der indslutter det, som Figuren viser, saaledes at forbindes med den staaende Bom, at det uden det øvrige dreies om tilligemed den. Skulde endog her Tag og Bom og Last være 8000 ℔ vægtig, og Tappen havde 2 Tomme i Diameter; saa var

dog, naar Rammens Radius kun var 4 Fod, $\frac{\text{f. 1. f. 8000}}{\text{4. 12}} = 37$ lb; en Kraft, som paa saa kort en Tid kan anvendes af eet Menneske.

Jeg behøver ikke at anføre noget videre om andre Løftemaskiner, ved hvilke eet eller andet Slags Vinder er anbragt, da enhver lettelig vil af det forrige kunne begribe eller angive dem.

## XV. Om Hiulverk.

### §. 125.

En Skive eller et Hiul kan paa Omkredsen forsynes med afvexlende Forhøininger og Fordybninger, hvilke paa to Hiul kunne saaledes indrettes, at de passe eller gribe i hinanden. Staae Hiulets Forhøininger eller Takker lodret paa dets Omkreds, saa at deres Axler skære hinanden i Middelpunktet; saa har man et Stiernehiul eller takket Hiul. Men staae de paa Omkredsen lodret paa Hiulets Plan; saa heder dette et Kam- eller Kronhiul. Et mindre Stiernehiul heder Driv, især naar Tænderne ere virkelige Skurer i en massiv Cylinder. Det kan hede et Stokkedriv (Trilling) naar to Cirkelskiver ere ved Omkredsen saaledes forbundne med cylindriske Stokke, at Tænderne af et Stierne- eller Kamhiul kunne gribe ind imellem dem. Alle de hidtil nævnte Hiul have en, større eller mindre, større Diameter end Bommen, der

der løber om samme Axel som de. Bestod Drivet af Skurer i Bommen selv; saa maatte det hele et heelt Driv.

## §. 126.

Ved Hielp af saadanne Hiul lade nu flere Vinder sig saaledes bringe i Forbindelse med hinanden, at deraf kan blive en efter Hensigterne meget forstærket Maskine, hvad enten man saa vil vinde i Kraft eller i Hastighed. I første Tilfælde gribe Driv eller Trillinger, der løbe om samme Axel som Hovedhiulet (d. e. det Hiul, eller i Almindelighed den Cirkel, i hvis Omkreds Kraften befinder sig) i et Stiernehiul, paa hvis Bom der da igien kan findes et Driv, som paa nye griber ind, indtil Modstanden tilsidst er anbragt paa det sidste Hiuls Bom. I andet Tilfælde maae Stiernehiul gribe ind i Drivene. Kamhiul tiene fornemmelig til, at forbinde liggende og staaende Vinder med hinanden.

## §. 127.

Opg. Naar Radius af de Cirkler, paa hvis Omkredse Lasten eller Modstanden $Q$, og Kraften $P$ virker lodret, er given, tilligemed Radierne af alle Mellemhiul og Driv; da i Tilfælde af Ligevegt, at finde $P$, naar $Q$ er givet, eller $Q$, naar $P$ er givet.

Opl.

Opl. Modstandens Radius være $\rho$, Kraftens $r$. Naar man nu gaaer ud fra Hovedhjulets Bom; saa kalde man Radierne af de Hjul og Driv, som gribe ind i den nærmeste Vindes Hjul, og saaledes fortplante Trykningen fra Kraftens Side, eller Bevægelsen (indgribende Hjul) efter Ordenen $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ o. s. v. Radierne af de Hjul eller Driv, i hvilke der gribes ind, eller som modtage Trykningen eller Bevægelsen (indgrebne Hjul) kalde man $a$, $b$, $c$ o. s. v., saa er $\frac{\rho . \alpha . \beta . \gamma \ldots}{r . a . b . c \ldots} Q = P$, og følgelig $Q = \frac{r . a . b . c \ldots}{\rho . \alpha . \beta . \gamma \ldots} P$, i Tilfælde af Ligevegt.

Fig. 52.

Bev. Dersom det Toug, hvori $Q$ er fæstet, vikler sig op over den Bom, hvis Radius $LM$ er $= \rho$; saa udfordres, naar $IH$ er $= b$, den Kraft $V = \frac{\rho}{b} Q$ i $H$ paa Vinden I, for at opholde $Q$, at det ikke kan synke ned over Tridsen $S$, (som ikke gior nogen Forandring i Momentet efter §. 26). Med denne Magt vil altsaa Drivstokken af Drivet $I$ virke paa den Tand af Hjulet $G$, som er den i Veien; det er altsaa ligesaa meget, som $Q$ ikke var til, men paa $H$ virkede en Last $\frac{\rho}{b} Q = V$. Denne blev, naar $HG$ for-

ste

tes $= \beta$, og $EF = a$, opholdt i $F$ ved en Kraft $\frac{\beta}{a} V = K$, hvilken man atter kan forestille sig som en Modstand, der trykket i Omkredsen af Hiulet $B$ paa den tredie Vinde, hvilken Modstand, naar $BD$ sættes $= \alpha$, opholdes paa Hovedhiulet af en Kraft $\frac{\alpha}{r} K = P$. Altsaa er $P = \frac{\alpha}{r} K = \frac{\alpha \cdot \beta}{r \cdot a} \cdot V = \frac{\varrho \cdot \alpha \cdot \beta}{r \cdot a \cdot b} \cdot Q$, og $Q = \frac{r \cdot a \cdot b}{\varrho \cdot \alpha \cdot \beta} P$.

## §. 128.

Til samme Regel kan ogsaa Toughiulenes Beregning henføres. De ere virkelige Tridser, der ved den Snor uden Ende, som ligger og er spendt i deres indhulede Rand, drive hinanden omkring Axelen, saa at paa saadan Maade en Modstand, der er anbragt paa Bommen af det sidste Hiul, ogsaa tillige sættes i Bevægelse.

Naar den Snor, der ligger omkring $A$ og $B$, er spendt lige stærkt overalt, saa holdes Lasten $Q$ af Touget's Trykning i $G$. $AM$ være $= \varrho$, og $AG = b$; saa er den Kraft, der behoves dertil $\frac{\varrho}{b} Q$; samme Trykning maae ogsaa endnu virke paa Punktet $H$ af Hiulet $B$, saa at der i $K$ udfordres en Kraft $\frac{\beta}{a} \cdot \frac{\varrho}{b} Q$, til at holde Ligevegt, dersom $CH$ sættes $= \beta$, $CK = a$, o. s. f. Fig. 53

Man

Man betiener sig af denne Indretning, naar Hiulene ikke vel lade sig bringe saa nær hinanden, at de kunne gribe i hinanden. Man undgaaer den Rysten og Klappren, som forefalder ved Takkerne og Drivene, især naar alting ikke er nøiagtig nok arbeidet. Dog ere der igien andre Uleiligheder. Mestendeels anvender man dem, naar en ikke ret stor Modstand skal hurtig dreie sig ved Anvendelse af nogen Kraft, f. Ex. Electriseermaskiner. Deres Virkning giør §. 127. fuldkommen begribelig.

## §. 129.

Fig. 52. Kommer det an paa, ved Hielp af Hiulverket, virkelig at sætte en Modstand i Bevægelse; saa indretter man dem ogsaa vist fordeelagtigst, naar man passer det saaledes, at Kraftens mechaniske Moment eller $P. c$ bliver størst. Thi da her ikke er andet end sammensatte Vinder; saa maae, naar $v$ er den Hastighed, hvormed $Q$ bevæger sig paa den sidste Bom, $Qv$ være $= Vw$, og $Vw = Kx$, og $Kx = Pc$, følgelig $Qv = Pc$, naar Maskinen er kommen i Fart, dersom $w$ og $x$ ere de Hastigheder, hvormed Kræfterne $V$ og $K$ bevæge sig i deres Angrebspunkter $H$ og $F$.

§. 130.

§. 130.

Opg. Naar den mechaniske Hastighed af Kraften $c$, og af Modstanden $v$, som og Radierne $r$ og $\varrho$ af de Cirkler, i hvis Omkredse de bevæge sig, ere givne, da at finde Antallet af disse Cirklers, d. e. Hovedhiulets og den sidste Boms Omløb i eet Minut.

Opl. Omkredsen af den Cirkel, hvori Kraften bevæger sig, eller af Hovedhiulet er $2r\pi$. Det Rum, som Kraften lægger tilbage i Minutet $60c$; altsaa findes Omløbenes Antal i Minutet, naar man dividerer den sidste Størrelse med den første. Kalder man dette Antal $\mu$; saa er $\mu = \frac{60c}{2r\pi}$. Antallet paa den sidste Boms Omløb hede $\nu$; saa er ligeledes $\nu = \frac{60v}{2\varrho\pi}$.

Till. 1. Da nu $c = \frac{2r\pi\mu}{60}$, og $v = \frac{2\varrho\pi\nu}{60}$; saa kan i Stedet for den Ligning $Pc = Qv$, ogsaa denne $\mu rP = \nu\varrho Q$, eller $rP = \frac{\nu}{\mu}\varrho Q$, antages for det Tilfælde, at Maskinen er i Fart.

Till. 2. Dersom $P$ er Kraftens Størrelse for det Tilfælde, at $Pc$ er størst; saa gielder ligeledes den sidste Ligning. Har man det da i sin Magt, at antage Modstanden $Q$ saa stor, og saaledes at proportionere Maskinens Dele, at $\frac{\nu}{\mu}\varrho Q$ blif-

bliver $= rP$; saa saaer man den fordeelagtigste Virkning.

§. 131.

Antallene paa den sidste Boms og Hovedhiulets Omløb i lige store Tider forholde sig til hinanden, som Producterne af Takkernes Antal paa de indgribende og de indgrebne Hiul.

Bev. Tallene paa de indgribende Hiuls Takker være $m$, $p$ o. s. v. de indgrebne Hiuls $n$, $q$ o. s. f. Naar Hovedhiulet er gaaet eengang omkring; saa maae ogsaa det første indgribende Hiul have fuldført eet Omløb. Da maae det først indgrebne Hiul have gaaet saa tit omkring, som dets Takker i denne Tid ere angrebne, d. e. saa ofte som $n$ indeholdes i $m$, eller $\frac{m}{n}$ Gange; eller Omløbenes Antal er som 1: $\frac{m}{n}$. Ligeledes finder man ogsaa den Forhold 1: $\frac{p}{q}$, eller at der paa eet Omløb af den anden Bom gaae $\frac{p}{q}$ Omløb af den 3die, o. s. v. Paa to Omløb af den anden Bom vilde der altsaa gaae 2. $\frac{p}{q}$ af den 3die, paa $r$ af den 2den, $r$. $\frac{p}{q}$ af den 3die, endelig paa $\frac{m}{n}$ Omløb af den 2den Bom vilde der gaae $\frac{m}{n}$. $\frac{p}{q}$

Omløb

Omløb af den 3die Bom. Da der nu paa eet Omløb af den første Bom gaae $\frac{m}{n}$ Omløb af den 2den; saa gaae der paa eet Omløb af første Bom $\frac{m.p}{n.q}$ Omløb af 3die Bom. Følgelig forholde sig Antallene paa første og sidste Boms Omløb, eller $\mu : \nu$ (§. 130) som 1: $\frac{m.p...}{n.q...} = n.q... : m.p... = N : M$, naar man ved $N$ og $M$ forstaaer Producterne af alle Tal paa Takkerne i de indgrebne og indgribende Hiul.

Till. 1. Følgelig er ogsaa, §. 130. Till. 2. $\nu P = \frac{m.p...}{n.q...} \rho Q = \frac{M}{N} \rho . Q$; eller og $P = \frac{m.p...\rho}{n.q...r} Q$.

Till. 2. Af den sidste Ligning sammenlignet med §. 127. seer man, at Takkernes og Drivstokkenes Antal og de Tal, der udtrykke Hiulenes og Drivenes Radier, altid kunne sættes i Stedet for hinanden.

Till. 3. Veed man i Almindelighed, hvor stor en Deel af $Q$ eller Lasten Kraften $P$ skal være; saa kan Indretningen af det Hiulverk, der udfordres dertil, paa mange Maader angives. $P$ være f. Ex. $= \frac{24}{128} Q$; saa faaer man 1) en enkelt Vinde, naar man giør Bommen 2 Fod, og Hiulet 10 Fod 8 Tomme, eller Bommen 1

Fod tyk, og Hiulet 5 Fod 4 Tomme i Diameter.

2) Da $\frac{24}{128} = \frac{12.2}{32.4} = \frac{12.1}{32.2} = \frac{6.1}{16.2}$; saa kan man forbinde 2 Vinder saaledes, at den sidste Bom bliver 1 Fod tyk, Hovedhiulet faaer 2 Fod i Diameter, det indgribende Hiul faaer 12 Tomme, det indgrebne 32 Tomme i Diameter, eller det første 6 Drivstokke, og det andet 16 Takker.

3) Da $\frac{24}{128} = \frac{4.6.1}{8.8.2}$; saa vil man heraf paa mere end een Maade kunne forbinde 3 Vinder med hinanden ved Hiulverk.

4) Dersom man forud har bestemt Vindernes Antal, saa kan man antage Hiulenes Radier eller Takkernes Antal efter Behag paa 2 eller paa 1 nær, og ved Regning bestemme de manglende Stykker. F. Ex. Dersom $P$ er $= \frac{3}{16} Q$, og der forlanges 3 Vinder; saa sætte man $\frac{1.\frac{1}{2}.x}{2.2.y} = \frac{3}{16}$. Dette giver $\frac{x}{y} = \frac{4.3.2}{16}$; saa at der endnu udfordredes et indgribende Hiul af 12, og et Driv af 8 Takker, naar Hovedhiulet havde 2 Fod, den sidste Bom 1 Fod i Diameter, det første indgribende Hiul faaer 8, det første indgrebne 32 Takker, og saaledes i andre Tilfælde.

## §. 132.

Vil man have den største muelige Virkning af en Maskine; saa kommer det nu ogsaa alene an paa Anvendelsen af Ligningen $rP = \frac{M}{N} \rho Q$ (§. 131. Till. 1). I forekommende Tilfælde pleie Størrelserne $r$ og $\rho$ mestendeels at maatte tages inden visse Grændser, som f. Ex. Haandgrebets Arm §. 117. V; og ligesaadan er det ogsaa med Antallet paa den sidste Boms Omløb eller Størrelsen $\nu$. Størrelsen $\mu$ bestemmes af $r$ og $c$, Kraftens Hastighed, i Tilfælde af den største Virkning.

## §. 133.

Opg. At bestemme Antallet af Takkerne og Drivstokkene saaledes, at et forlangt Antal af den sidste Boms Omløb, eller Tallet $\nu$ i eet Minut kan faaes.

Opl. Efter §. 131. er $\nu : \mu = M : N = \nu : \frac{60c}{2r\pi}$, §. 130. Altsaa er $M = \frac{N.\nu.2r\pi}{60c}$ og $N = \frac{60.c.M}{\nu.2r\pi}$. Ere altsaa kun 2 Vinder combinerede; saa finder man af Antallet paa det indgribende Hiuls Takker Antallet paa dem, der gribes ind i, og omvendt. Ere der flere Hiul, som gribe i hinanden; saa finder man Producterne §. 131, hvilke man kan opløse i Factorer, for

at indrette Maskinen til det bestemte Hiemed. Herved maae man kun i Forveien lægge Mærke til, at intet Hiul eller Driv maae have mindre end 5 Takker eller Drivstokke. F. Ex. $v$ være $=$ 120, $r = 1'$, $N = 8$, $c = 2'$; saa er $M = \frac{8.120.2.3,14}{60.2} = 16.3,14 = 50$ Takker.

## §. 134.

For Resten er det godt, ifald denne Regning skulde falde saaledes ud, at Antallene paa Takkerne og Drivstokkene i de Hiul, der gribe i hinanden, vare Tal, som gik op i hinanden, da heller endnu at lægge 1 til det største af dem, eller at tage 1 derfra, at de enten blive Primtal indbyrdes, eller dog ikke Tal, der gaae op i hinanden. Thi dersom en Drivstok bestandig træffer paa de samme Takker; saa foraarsager dette, ifald een eller anden skulde have en Feil i Forarbeidningen, en periodisk Standsning i Maskinen, hvilket er til Hinder for den tilsigtede Jevnhed i Bevægelsen. Men naar bestandig forskiellige Takker komme til samme Drivstok, og omvendt; saa afslibes det ene bedre paa det andet, Skikkelsen bliver overeenstemmende, og Bevægelsen eensformig. Da det vilde falde besværligt at dele en Cirkel i Primtal; saa foreslaaer man, til 60 Takker at tage 9 eller 8, og til 48 Takker 9 eller 10 Drivstokke, o. d. l.

Takker-

Takkernes Figur saaledes som Leupold, Bayer og andre foreskrive den, er ingenlunde indrettet til det Øiemed, som man ved deres Dannelse skulde have. Hiulets og Drivets Takker skulde nemlig ved Maskinens Bevægelse saaledes stode paa hinanden, at altid sammenhørende Dele passe paa hinanden. Takkerne maatte da dannes efter Buen af en Epicycloide. Denne Linie henhører til den høiere Geometrie. Romer har først angivet denne Figur af Takkerne. Man see derom de la Hire i hans Oeuvres diverses, Euler de aptiss. fig. rot. dentibus tribuenda Comm. n. Petrop. T. V. Fuldstændigst handler vel Kästner derom i en Afhandling, der er forelagt det gøttingske Societet 1781, efter Udtoget i de Gött. Anz. at domme.

## §. 135.

Især ved store Maskiner er det ganske vist en magtpaaliggende Sag, at giøre Takker og Drivstokke stærke nok. Vi ville i det mindste give en Hielperegel: Belidor giorde Drivstokkene i en Vandmølle, hvor Trykningen imellem Kam og Driv omtrent kunde belobe sig til 400 ℔, ved 18 Tommers Høide $2\frac{1}{2}$ pariſ. Tomme tykke. De vare af meget fast Træe (Cormier). Heraf kunde man i et andet Tilfælde bestemme deres Tykkelse efter §. 105. Thi man har $m = \frac{18.400}{(\frac{1}{2})^3}$

(sammenlignet med §. 101), altsaa er $B = 2\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{L.P}{18.400}}$, naar $B$ er den søgte Tykkelse, $L$ Høiden, og $P$ den Magt, de have at udholde. Man kan endnu gjøre dem noget lidet stærkere, end Regningen giver, ifald man skulde tiltroe det Træe, man har brugt, mindre Fasthed end det Belidorske.

Da Drivstokkene, fordi deres Antal er mindre, maae oftere udholde Trykningen, end Takkerne, og følgelig ogsaa hastigere slides; saa gjør man dem noget stærkere end Takkerne, hvilke desuden ikke maae udfylde det hele Rum imellem 2 Drivstokke, om de ikke skulle klemmes. De practiske Skribentere inddele til denne Hensigt Rummet imellem to hos hinanden liggende Drivstokkes Axler paa forskiellig Maade. Jeg vil kun anføre een Methode: Man regne $\frac{1}{2}$ af dette Rum paa en Drivstoks Tykkelse, $\frac{7}{16}$ paa en Takkes Tykkelse, saa bliver der $\frac{1}{16}$ Spillerum. Er nu $n$ Antallet af Drivstokkene, og $B$ deres Tykkelse; saa er $\frac{nB}{\pi}$ Drivets Radius, og $\frac{mB}{\pi}$ Hiulets Radius, begge regnede til det Punkt, hvor Takker og Drivstokke berøre hinanden. En Takkes Styrke paa samme Sted er $\frac{7}{8}B$.

Belidor giver ofte Drivenes og Hiulenes Radier netop ligesaa mange pariſiske Tomme, som de have Drivstokke og Takker, hvilket vel godt kan passe

passe sig i Maskiner af Middelstørrelse, og kan i det mindste indtil videre tiene til Bestemmelse.

§. 136.

Opg. At finde den Kraft, som udfordres i Maskiner med Hiulverk, formedelst Frictionen imellem Takker og Driv.

Opl. Sammenligningen mellem Fig. 34. og Fig. 54. viser strax, at det forehavende Tilfælde er i Hovedsagen det samme, som det, der er betragtet §. 86. Paa Bommen af Stiernehiulet $C$ befinder sig her Kraften, og virker lodret paa den tilhørende Radius $CD$, saa at man her maae forestille sig alting ligesaadan paa den brækkede Loftestang $DCB$, som hisset paa den ligesaadan benævnte retlinede. Noget lignende træffer ind med Modstanden, der virker i Afstanden $AM$ fra Bevægelsesaxeen af Drivet $A$. Om Drivet endog havde 20 Drivstokke, saa vilde dog V. $BAE$ blive $= 18°$. Paa det at altsaa V. $GBC$ vist kan blive $18°26'$, maatte $BCE$ kun være $26'$. Men om Hiulet endog havde 720 Takker, et Tilfælde, som vel aldrig vil forekomme, saa vil dog $BCE$ være $> 26'$. For altsaa og her at faae $P$ saa stor, at Frictionen, naar den for den Vinkel $GBC = 18°26'$ er størst, med Vished ogsaa kan overvindes; saa maae man sætte $P = \frac{19}{18}\frac{a.\rho}{a.r}Q$, saa at der for Frictionen imellem Takke og

Fig. 34. Fig. 54.

Fig. 45. Driv alene udfordres $\frac{1}{18}\frac{a.\rho}{a.r}Q$, naar $AB$ sættes $=a$, $CB=\alpha$, $AM=\rho$, $CD=r$.

Var den Kraft, som driver Maskinen, ikke i $D$, men først endnu f. Ex. et Driv paa samme Bom, som Hiulet $C$, i hvilket et andet Hiul greb ind, paa hvis Bom Hovedhiulet da først befandt sig; saa kalde man det nye Drivs Radius $b$, og Hiulets Radius $\beta$, imedens $\rho$ og $r$ igien betyde Radius af den Cirkel, hvori Modstanden virker, og af Hovedhiulet, og man finder $P=\frac{19^2}{18^2}\frac{a.\beta.\rho}{a.b.r}Q$. Saaledes kan man slutte videre, saa at $n$ Indgreb vilde give $\frac{19^n}{18^n}\cdot\frac{a.\beta.\gamma\ldots\rho}{a.b.c\ldots r}Q$.

Heraf seer man, at det Raad, at anlægge Maskiner saa simple som mueligt, finder endnu Sted ved Hiulverket af en Grund, som er denne Indretning alene egen. Thi foruden Frictionen paa Taphullerne, hvilken for des mere Letheds Skyld hidindtil endnu ikke er tagen i Betragtning, er her endnu en Friction, som ved ethvert tilsat Hiul og Driv voxer een Potents af den uegentlige Brøk $\frac{19}{18}$.

## §. 137.

Opg. At indrette og beregne en Løftemaskine, i hvilken der ere to liggende Vinder forbundne.

Opl.

Opl. Lasten være $Q$, Radius af den sidste Bom $\varrho$, Tappens Radius $e$, Frictionen paa Taphullet $\phi$, det indgrebne Hiuls Radius $\alpha$, den Kraft, der udfordres paa dets Omkreds, $V$; saa havde man $\alpha . V = \varrho Q + e\phi$ §. 123. eller $V = \frac{\varrho Q + e\phi}{\alpha}$. Dette er altsaa den Trykning, som af $Q$ og Frictionen frembringes paa Hiulets Omkreds, og som en Kraft $P$ paa Hovedhiulet, hvis Radius er $r$, skal overvinde tilligemed Frictionen paa Hovedbommens Tapper og den Friction, som er imellem Takker og Driv. Naar altsaa her $F$ betyder Frictionen, $f$ Tappens, $a$ det indgribende Hiuls Radius; saa er efter §. 123. og §. 136. $rP = \frac{19}{18} a V + fF$, eller I. $rP - fF = \frac{19\alpha}{18a}(\varrho Q + e\phi)$, og II. $Q = \frac{18a}{19\alpha} \cdot \frac{rP - fF}{\varrho} - \frac{e\phi}{\varrho}$.

Til Exempel maae Biergmandsmaskinen, eller et saa kaldet Firemands forstærket Spil tiene. Fig. 55. Haandgrebene skulle have $1\frac{1}{2}$ Fods Arme (altsaa $r$ være $= \frac{3}{2}$), Drivet har 24 Stokke, paa dets Bom ere Svingehiulene, $A$ og $B$; Stiernehiulet, som her er et indgrebet Hiul, har 72 Takker, (altsaa $\frac{\alpha}{a} = \frac{72}{24} = 3$); Tappene, saavel paa Haandgrebet, som paa Stiernehiulets Bom, være $\frac{1}{12}$ Fod, (altsaa $e = f = \frac{1}{24}$); og Bommen, hvorpaa Touget hænger, være 16 Linier, (alt-

Fig. 55. saa $\rho = \frac{3}{4}$ næsten, naar man ogsaa giør Regning paa Tougets Tykkelse). Nu maae først $F$ bestemmes efter §. 84. Jeg sætter, at Haandgreb og Svingehiul veiede omtrent 600 ℔; saa er $F$ = 200 næsten; $P = 4.25$. Følgelig $\frac{rP - fF}{\rho}$ $= \frac{\frac{1}{2} \cdot 4.25 - \frac{200}{24}}{\frac{3}{4}} = 47.4$. Altsaa $\frac{18}{19} \cdot \frac{\alpha}{a} \cdot 47.4$ $= \frac{18.3.4.47}{19} = 534$ næsten. Sætter man nu $\phi = 300$; saa er $\frac{e\phi}{\rho} = \frac{\frac{1}{24} \cdot 300}{\frac{3}{4}} = 17$. Saa var $Q = 517$ ℔; i Stedet derfor tager jeg 500 ℔, fordi et Toug, der er 16 Linier tykt, da bøies omtrent med 17 ℔s Kraft, hvilket temmelig nøie stemmer overeens med Cancrinus Bergwerkskunde 7 Th. 2 Abth. §. 335. Aufl. 3. Sætter man en Schacht 30 Favne, eller omtrent 180 Fod dyb; saa bringes omtrent i 10 Minuter en Tønde Erts af 5 Centner op, naar $c$ sættes = 2'.

## XVI. Anvendelse af det foregaaende paa Møller i Almindelighed, især Haandqverne og Hestemøller.

### §. 138.

Alle saa kaldte Møller, saavel de egentlige Kornmøller, som og Stampe- og Skæremøller, o. s., bestaae, som det Følgende videre vil vise, virke-

virkelig ikke af andet, end 2, i det høieste 3, ved Hiul og Driv med hinanden forbundne Vinder. I Kornmøllen kommer Modstanden af Kornet, som knuses imellem den ubevægelige og den bevægelige Steen, eller Liggeren og Løberen. Løberen bæres nemlig af det Møllejern, som findes i Axelen af den sidste Vinde, der altsaa maae være en staaende, og kan, ved Hielp af den Stok, hvori Bommens Tap løber, stilles høiere eller lavere. Staaer den saaledes, at den knuser Kornet, imedens den drives omkring med den sidste Bom, saa maae Kornets Modstand $Q$ være saa stor, som den vil; saa maae dog, naar Kornet er ligeformig udbredt over Liggeren, Modstandens Moment være $= \frac{2}{3} \rho Q$; §. 85; naar $\rho$ er Løberens Radius, hvilken man nu kan betragte som den sidste Boms Radius selv.

## §. 139.

Tør man nu antage, at Kornets Modstand er i Proportion til Steenens Trykning eller Vegt, saa kunde eet eneste Forsøg give en almindelig Regel, til at bestemme $Q$ og $R$ efter hinanden, naar $R$ er Vegten af Løberen med sit Tilbehør. Belidor vil have fundet $Q = \frac{1}{35} R$, Lambert $Q = \frac{1}{24} R$. Vi sætte $Q = \frac{1}{30} R$, eller $\frac{2}{3} \rho Q = \frac{2}{3} \cdot \rho \cdot \frac{1}{30} R = \rho \cdot \frac{1}{45} R$. Det sidste Udtryk er bequemmest, og betyder, at, naar vi forestille

os

os Modstanden ved Løberens Omkreds, beløber den sig $\frac{1}{47}$ af Løberens Vegt.

§. 140.

Skal Mollen give Meel, og ikke Skrage; saa maae Løberen løbe om med en anseelig Hastighed. Belidor forlanger i det mindste 40 Omløb i Minutet. I det høieste maae det være 60 Omløb, om Kornet ikke skal blive hedt. Andre anføre Forsøg, at Kornet endog ved 90 og flere Omløb ikke bliver hedt, og finde 40 Omløb utilstrækkelige i mange Tilfælde. Hidindtil synes det mig rigtigst, naar en Steen har 6 Fod i Diameter, at antage 40 til 60 Omløb for den fordeelagtigste Gang, og hernæst at antage Omløbenes Antal i omvendt Forhold til Stenenes Diametre, da saa den samme absolute Hastighed udkommer.

§. 141.

Hermed stemmer ogsaa den Belidorske Regel meget vel overeens, at Mængden af det Korn, der er malet i lige store Tider, eller Virkningen af Kornmøllerne, skal forholde sig som Productet $R. v. \rho$. En Mølle, som førde en Steen, 4348 ℔ tung, havde 3 Fod i Radius, og giorde 53 Omløb i Minutet, malede efter Belidors Jagttagelse, naar Løberen var nylig billet, 350 ℔ Korn i en Time, som giør omtrent $1\frac{1}{2}$ dansk Tønde.

§. 142.

§. 142.

Ved enhver Kornmølle vare nu de første Bestemmelser disse:

1) Da Kraftens og Modstandens mechaniske Momenter ere lige store, eller $Q.v = P.c$, §. 111; saa maae $c$ som Kraftens fordeelagtigste Hastighed, tilligemed Kraftens Beskaffenhed, være givne, og nu bleve af de Størrelser $P$, $Q$ og $v$ endnu 2 antagne overeenstemmende med Maximerne i §. 139 og 141 ($P$ bestemmes af $c$ §. 112 ff); saa kan den 3die forud findes. F. Ex. Med en Hest er $c = 4$, $P = 180$. §. 114. Fremdeles er efter §. 130. Till. 1. $v = \frac{2\pi\rho\nu}{60} = \frac{2.3,14.2\frac{1}{2}.72}{60} = 18,84$; naar man sætter Stenens Diameter $= 5'$ og $\nu = 72$. Altsaa er $Q = \frac{180.4}{18,84} = 38$. Dette gav Løberen $= 45$. $Q = 1710$ ℔.

2) Saasnart den fordeelagtigste Hastighed $c$ er afgiort, fremdeles $\nu$ og $r$ eller Hovedhiulets Radius, ere antagne indenfor de Grændser, som ere foreskrevne, saa giver, naar, som sædvanlig, kun to Vinder ere forbundne i Mollen, Ligningen i §. 133, $m = \frac{n.\nu.2r\pi}{60c}$ Maskinens Indretning. Nemlig $n$, eller Antallet paa Drivstokkene, (fordi i Møller det indgrebne Hiul almindelig er et Driv) antages ogsaa efter Behag,

dog

dog større end 5, og deraf bestemmes $m$, Antallet paa Takkerne i Kam- eller Stiernehiulet. F. Ex. dersom $r$ tages $= 15$, $n = 6$; saa er, naar de øvrige Bestemmelser blive som i det foregaaende Exempel, $m = 170$. Drivstokkene kan man efter §. 135 giøre omtrent $1\frac{1}{4}$ Tomme, Takkerne $1\frac{1}{2}''$ tykke, da saa Drivets Radius $\alpha$ vil blive $= 3\frac{1}{2}'' = \frac{7}{24}'$; Hiulets omtrent $= 8'$.

## §. 143.

Efter disse Forberedelser kan enhver Mølle beregnes efter de ovenanførte Formler §. 137 for en Løftemaskine, der er sammensat af to Vinder, saaledes, at alle Frictioner tillige tages i Betragtning. De følgende Lærdomme ville nemlig vise, hvorledes man hver Gang maae bestemme $Q$ og $P$ efter Kraftens og Modstandens Beskaffenhed. Da $Q$ hidindtil kun endnu er bestemt for Kornmøller, og $P$ i Hensigt til Menneskers og Hestes Kræfter; saa ere vi her indskrænkede til Haandqverne og Hestemøller. Da den sidste Vom i enhver Kornmølle er en staaende, saa maae altid $\frac{2}{3}e$ tages i Stedet for $e$ i Ligningen, i Følge §. 138.

Fig. 16. Hestemøllen bestaaer af to staaende Vinder, hvor altsaa det indgribende Hiul er et Stiernehiul, §. 125; og Hestene ere spendte til en temmelig lang Træk-Arm. Dens Længde er $r$ eller Hovedhiulets Radius. For Resten maae ved Hestemøllen ogsaa skrives $\frac{2}{3}f$ i Stedet for $f$.

Sætter

Sætter man altsaa $r = 15'$; $\rho = \frac{1}{2}'$ $\alpha = 3\frac{1}{2}''$, Fig. 56.
$a = 8'$, ligesom allerede i foregaaende §; og $f = \frac{1}{24}'$, og $e = \frac{1}{48}'$; saa behøve kun endnu Størrelserne $F$ og $\Phi$ at bestemmes efter §. 82. Veed man da $Q = \frac{1}{47} R$; saa kan $P$ bestemmes af den første Ligning, eller dersom man veed $P$, følger $Q$, og altsaa tillige $R$ eller Løberens Vegt af den anden. I andet Fald er nemlig $\frac{1}{47} R = Q = \frac{18}{19.27} \cdot \frac{(15.180 - \frac{1}{4}.\frac{1}{24}F)2}{5} - \frac{2}{3}.\frac{1}{48}.\frac{2}{5}.\frac{1}{3} R$. Sætter man Hovedhiulets Bom tilligemed Stiernehiul og Træk-Arm $= 1500$ ℔; saa har man $\frac{13}{540} R = \frac{18}{19.27} \cdot \frac{(15.180 - 14)2}{5}$; eller $R = \frac{108.18.2686.2}{19.13.27} = 1566$ ℔ næsten. Deraf finder man Stenens Høide, naar man antager Cubicfoden at veie 150 ℔, og Løberjernet og Driver af samme Vegt, efter Geom. §. 248. at være 5 til 6 Tomme. Er dette for lavt, saa maae man strax fra Begyndelsen tage $\varrho$ mindre, og igientage Regningen.

Den sædvanlige Indretning af Haandqver-Fig. 57. ne viser den 57de Figur. Da Hovedhiulet er et Haandgreb, saa faaer man derved Anledning til Indretning af Svingehiul eller Svingelod; dog kunne de paa Løberens Axel ogsaa være borte, fordi den selv virker som et Svingehiul. Sætter man for Resten 4 Mennesker dertil, saa er, naar

c er

Fig 57. $c$ er $= 2'$, $P = 100$ ℔. Man sætte $r = 1$ Fod, og $\varrho = \frac{3}{2}'$, saa kunde man efter §. 140. sætte Antallet paa Stenens Omløb, eller $\nu = 90$. Men paa det at Stenen ikke skal blive alt for liden, tage man her kun 60. Tager man nu $n = 6$; saa er $m = \frac{6 \cdot 60 \cdot 2 \cdot 3{,}14}{60 \cdot 2} = 18{,}84$, eller næsten 20 Takker. Drivstokkene maae ikke være tykkere end 2 Tomme, saa at $\alpha$ kan antages $= 3''$, $a = 10''$. Paa saadan Maade har man $Q = \frac{1}{45} R = \frac{18 \cdot 3}{19 \cdot 10}$ $\frac{(100 - \frac{1}{360} \cdot \frac{200}{3}) 2}{3} - \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 3 \cdot 12} \cdot \frac{1}{3} R$, eller $\frac{41}{1620} R = \frac{18 \cdot 3 \cdot 98 \cdot 2}{19 \cdot 10 \cdot 3}$; d. e. $R = \frac{1620 \cdot 18 \cdot 98 \cdot 2}{41 \cdot 19 \cdot 10} = 733$ ℔.

Tilbehøret kan man, naar Svingehiulet er borte, for sig selv ansætte saaledes, at der blive omtrent 600 ℔ tilovers for Løberens Vegt, hvilket giver Løberens Høide omtrent 7 Tomme. Saadan en Mølle vil, naar man regner efter §. 141. male omtrent 3 Tdr. Korn i 24 Timer.

Det vil ikke være vanskeligt, efter samme Regler at bedømme andre Indretninger af Hestemøller og Haandqverne. Saaledes gior man den sidste til privat Brug ogsaa saaledes, at der i Stedet for Kamhiulet og Drivet anbringes et større og et mindre Toughiul §. 128, der begge løbe horizontal omkring, og ere paa deres Axler ligeledes forsynede med Svingehiul.

XVII.

## XVII. Den løse Tridse og Tallier.

### §. 144.

Tridsen er allerede beskreven §. 26, for saavidt den løber omkring en Axel, der ikke bevæger sig selv af sit Sted. Man kan kalde den en ubevægelig eller fast Tridse. Slaaes derimod omkring Tridsen $C$ et Toug, som paa den ene Ende $D$ er giort fast ved en Nagle, og ved den anden Ende holdes af en Kraft, imedens en Last $Q$ hænger ved en Krog ned fra Middelpunktet $C$, saa har man en bevægelig eller løs Tridse. Thi forstærker man tilstrækkelig Kraften $P$, som virker opad i $E$, saa vil den ikke alene dreie Tridsen omkring sin Axel, men denne Axel vil ogsaa bevæge sig selv op efter, og tage Lasten med, som hænger ved den. Fig. 58.

### §. 145.

Opg. At finde Forholden imellem Last og Kraft paa den løse Tridse, i Tilfælde af Ligevegt. Fig. 58.

Opl. Dersom der i $E$ ogsaa var en Nagle, saa vilde begge Nagler have lige meget at bære, fordi $BE$ og $AD$ maae være lige stærkt spendte af Lasten. Naglen i $E$ bærer altsaa $\frac{1}{2}$ $Q$. Ligesaa meget behøvede altsaa kun en Kraft at holde, der i Stedet for Naglen i $E$ trakde op efter. Følgelig

gelig er $P = \frac{1}{2} Q$ ved den løse Tridse, i Tilfælde af Ligevegt.

Fig. 58. Till. Da $A$ kan ansees som det Punkt, omkring hvilket Kraften $P$, i Tilfælde af Overvegt, vilde dreie Linien $BA$; saa følger Sætningen ogsaa af den eenarmede Løftestangs Natur §. 28. At der ingen anden Kraft behøves til Ligevegt, naar Touget $BE$ endnu slaaes over den faste Tridse $K$, seer man lettelig af §. 26.

## §. 146.

Dersom Enderne af Touget, $BE$ og $AD$, ere parallele; saa er $P = \frac{1}{2} Q$ den ringeste Kraft, hvormed en Last $Q$ kan opholdes. Thi vare $DA$ Fig. 59. og $BE$ Tangenter, der skare hinanden i et Punkt $Q$ af Linien $CQ$, efter hvilken Lasten trækker; saa vare Kraften $P$ og Trykningen paa Naglen i $D$ endnu lige store, og $A$ er endnu at ansee som Løftestangens $BA$ Hvilepunkt. Men man drage $AG$ lodret paa Directionen af $P$; saa er $P.AG = Q.AF = Q.BF$, d. e. $P:Q = BF:AG$. Men $CB \doteq AG$, altsaa Tr. $BCF \backsim BAG$. Følgelig er $CB:BA = BF:AG$; følgelig $P:Q = CB:BA$. Dette giver $P = \frac{CB}{BA} . Q > \frac{1}{2} Q$, fordi $CB > BF (= \frac{1}{2} AB)$.

Dette bestemmer vor Dom over een Post, saadanne Indretningers Godhed angaaende, der bestaae af Tridser. De ere saa meget desto bedre,

bedre, jo mindre begge Ender af det omslagne Toug vige af fra den parallele Beliggenhed.

## §. 147.

Opg. I Stedet for at anbringe Kraften $P$ umiddelbar ved $BE$, skal $BE$ hænges ind i Krogen af en anden Tridses Indfatning, omkring hvilken, ligesom omkring den foregaaende, er slaaet et Toug *ebad*, der med den ene Ende er giort fast i *d*. Dette skal paa samme Maade befæstes ved en 3die Tridse, og saaledes fremdeles skal en Mængde Tridser efter Behag forbindes med hinanden, indtil Kraften $P$ tilsidst anbringes i *s* paa den sidste; man skal finde Størrelsen af $P$, i Tilfælde af Ligevegt. Fig. 60.

Opl. Lad $n$ være Antallet af alle de løse Tridser; saa er $P = \frac{1}{2^n} Q$. Thi da Tridsen *a* bærer, hvad forhen Kraften bar i $E$, saa trækkes den ned med en Kraft $= \frac{1}{2} Q$. For at holde Ligevegt hermed i *e*, udfordres den Kraft $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{2} Q = \frac{1}{2^2} Q$; men dette skal igien holdes af Krogen paa en 3die Tridse. Den Kraft, som dertil udfordres, er $= \frac{1}{2}$. $\frac{1}{2^2} Q = \frac{1}{2^3} Q$; o. s. v. indtil

den $n$de Tridse, ved hvilken $P$ vil blive $= \frac{1}{2^n} Q$.

Till. 1. Man finder altsaa og $Q = 2^n P$; og af $\frac{Q}{P} = 2^n$ følger videre $n = l\frac{Q}{P} : l2$. F. Ex. Dersom 1000 ℔ skulle opholdes ved 5 Tridser; saa er den forusdne Kraft $\frac{1000}{2^5} = \frac{1000}{32} = 31$ ℔. Skulle 1000 ℔ opholdes af 1 ℔, saa er Antallet paa de Tridser, som dertil udfordres, $n = \frac{l1000}{l2} = \frac{3}{0{,}301030} = 10$ næsten.

Fig. 60 Till. 2. Regelen i §. 146. lader sig vel letelig iagttage ved denne Sammensætning af Tridser; men da, som man lettelig kan see, Punktet $E$ ved Tridsen 1 maae gaae igiennem 2 Fod, Punktet $e$ igiennem 2. $2 = 2^2$ Fod, naar $Q$ kun skal stige 1 Fod, o. s. f., saa maatte med 5 Tridser $P$ allerede gaae igiennem et Rum af 32 Fod, altsaa $\beta\varepsilon$ alene være $= 32'$; men hele Indretningen maatte i det mindste have $62'$ vertical Høide, naar $Q$ skulde alene løftes een Fod. Heraf seer man let, hvorfor man i Udøvelsen lidet eller slet ikke bruger dette Slags, ikke at tale om andre praktiske Ubeqvemmeligheder. Den følgende Indretning forekommer oftest.

§. 148.

## §. 148.

Nogle Tridser, *A*, *B*, *C*, o. s. v. forbindes saaledes ved en fælles Indfatning med hinanden (i Figuren staae de oven over hinanden), at hver især dreier sig omkring sin Axel, men den ene ikke kan forandre det Sted, hvor dens Middelpunkt er, uden den anden tillige giør det. Saadan en Indretning heder en Tridseblok. Har man to saadanne, saa ophænges den ene (eller den øverste) med en Hage (oventil) i noget, der er fast nok til at holde den. Ved en anden Hage, som (nedentil) er paa den øverste Tridseblok, giøres et Toug fast, som slaaes omkring den øverste Tridse af den nederste Tridseblok, saa over den underste af den øverste Blok, siden over den næstfølgende Tridse i den nederste, og saa over den næstfølgende i den øverste Blok, og saaledes vexelviis, indtil det er slaaet omkring alle Tridser i begge Blokkene. Ved Enden af Touget kan Kraften nu anbringes, og Lasten *Q* ved en Hage paa den underste Ende af den nederste Blok. Denne Forbindelse af to Tridseblokke heder en Tallie (polyspastus). Fig. 61.

Anm. At der oventil kan være een Tridse færre end nedentil, naar den sidste Ende af Touget skal gaae opad; at fremdeles, naar den Hage, hvori Touget begynder, er giort fast øverst paa den nederste Blok, og Touget altsaa løber først over en Tridse i den øverste Blok, der da udfordres en Tridse flere i den øverste, end i den nederste Blok, naar Tougets Ende skal hænge nedad; alt dette kan lettest vises ved en Model.

§. 149.

Fig. 61. Opg. At finde, hvor stor Kraften $P$ maae være ved en Tallie, for at holde Ligevegt med Lasten $Q$.

Opl. Er Antallet paa de løse Tridser i den nederste Tridseblok $n$, og Krogen, hvorved Touget begynder, er nederst paa den øverste Blok; saa er $P = \frac{1}{2n} Q$. Er Krogen, hvorfra Touget begynder, øverst paa den nederste Blok; saa er $P = \frac{1}{2n+1} Q$. Er f. Ex. $Q = 400$ ℔; saa er med 3 løse Tridser, i første Fald $P = \frac{400}{2 \cdot 3} = 66\frac{2}{3}$ ℔, i andet Fald er $P = \frac{1}{7} \cdot 400 = 57\frac{1}{7}$ ℔.

Bev. Da den øverste Blok er tilstrækkelig understøttet; saa kunde Lasten $Q$, ifald den fik Overvegt, kun trække den nederste Blok ned. Da der nu skal være Ligevegt; saa maae alle de Toug, der bære Tridserne $A$, $B$, $C$, være lige stærkt spendte. Thi man antage, at f. Ex. $IK$ var stærkere spendt, saa maatte $LH$ gaae op efter, og altsaa var der ingen Ligevegt. Ere der nu $n$ Tridser i den nederste Blok, saa maae Lasten fordele sig lige over dem alle, d. e. hver Tridse især bærer $\frac{1}{n} Q$. Men hver Tridse bæres af 2 Toug; altsaa bærer ethvert Toug $\frac{1}{2n} Q$, eller er spendt

med

med en Kraft $= \frac{1}{2n} Q$. En Kraft $P$, der trækker op efter i Directionen $MN$, behøver altsaa kun at holde Ligevegt med denne Spending, d. e. $P$ behøver kun at være $= \frac{1}{2n} Q$. Slaaer man endnu Touget over den faste Tridse $C$ i den øverste Blok, saa giør dette ingen Forandring §. 26.

Da man altsaa seer, at $2n$ her er Antallet paa de Touge, der bære, men dette Antal, hvorover hele Lasten fordeler sig, bliver i det 2det Tilfælde $2n+1$ (§. 148. Anm.), saa sees, paa samme Grund, ogsaa dette Tilfældes Opløsning.

Till. 1. Da man ved denne Forbindelse af Tridserne ikke kan giøre dem lige store, hvis Tougene ikke skulle gnide imod hinanden, saa ere heller ikke hver to og to Toug saa nøiagtig parallele, som der forudsættes; dog er denne Afvigning mindre mærkelig, naar begge Tridseblokkene ere temmelig langt fra hinanden; saa at $P$ da paa denne Grund kun behøver at blive ukiendelig lidet større, end Regelen giver.

Till. 2. Jeg forbigaaer at tale omstændelig om andre Indretninger af Tallier. Man finder f. Ex. hos Leupold Theatr. mach. gen. Tab. IX. endnu 2 afteqnede. Den første, hvor Tridserne i hver Blok især ligge i een Plan ved Siden af hinanden, har vel i Ligevegt meget par-

allele Toug; men ved den virkelige Bevægelse ville de nederstes Middelpunkter neppe blive horizontale. I den anden klemmes Tougene til Siderne af Indhuulningerne. — — I Almindelighed vælger man Tallier i saadanne Tilfælde, hvor man mangler Plads i horizontal Udstrækning, f. Ex. paa Skibe.

§. 150.

Skal $Q$ stige en Fod, saa maae hvert især af de bærende Toug blive en Fod kortere. Ligesaa mange Fod Toug, som der ere bærende Toug, maae altsaa gaae over den øverste faste Tridse. Dette giver altsaa i ethvert Tilfælde $2n$ Fod. Skal Lasten stige $m$ Fod, saa maae $2nm$ Fod paa denne Maade afvikles, altsaa Touget være i det mindste $2nm$ Fod langt. Forestiller man sig nu Kraften som en Vegt, saa er ogsaa her den omvendte Forhold: Lasten til Kraften, som Kraftens Vei til Lastens Vei. Fremdeles, dersom $n$ skulde være $= 3$, og $m = 30$; saa maatte Touget være 180 Fod langt, hvilket meget indskranker Brugen af Tallier og mange Tridser.

§. 151.

Foruden Lasten $Q$ selv maae Kraften $P$ ogsaa endnu overvinde den nederste Bloks og Tougenes Vegt, ogsaa dette forøges med Tridsernes Antal.

Da

Da Trykningen fordeles lige paa alle de løse Tridser, men de bæres tilligemed Lasten af de øverste, saa fremkommer derved en dobbelt Friction paa Tridsernes Axler af den samtlige Trykning. Jo flere Tridser, jo svagere kunne Axlerne være, saa at Frictionens Moment vel ikke meget vilde forøges ved Tridsernes Formerelse.

Men Tougenes Stivhed er ved Tridsen en stor Hindring for Bevægelsen. Touget bøies ligesaa mange Gange, som der ere nederste og øverste Tridser. F. Ex. Om den nederste Blok endog kun havde 2 Tridser, saa vilde der, naar Q var = 400 ℔, og Touget 1″ tykt, i Stedet for de 100 ℔, som Regelen i §. 149 giver, for Tougets Stivheds Skyld udfordres en Kraft af næsten 130 ℔. En nye Grund til, at undgaae alt for mange Tridser, især fordi man, for at undgaae Tougenes Gnidning paa hinanden, maae tage dem saa meget mindre, jo flere man tager, og smaae Tridser endnu ere ufordeelagtigere end store §. 92.

For Resten seer man, at naar, som almindelig, Menneſker trække ved Enden af Touget vertical nedad, har man den Fordeel, at de næsten kunne føre sig deres hele Vegt til Nytte; hvilket vist er en Hovedgrund til den hyppige Brug af Tallier.

## XVIII. Om Skruen.

### §. 152.

Fig. 62. $ABCD$ være saadan en Rectangel, hvori en Cylinder, hvis Peripherie er just saa stor som Grundlinien $AB$, lod sig indvikle, Geom. §. 258. Man dele Høiderne $AD$ og $BC$ i de lige store Dele $A\alpha$, $\alpha\beta$; $Ba$, $ab$, o. s. v., og drage Linierne $Aa$, $\alpha b$, $\beta c$, o. s. v. Vikler man nu Rectangelen omkring Cylinderen, saa ville $a$ og $\alpha$, $b$ og $\beta$ falde sammen, og $Aa\alpha b\beta c\gamma$ o. s. s. vil blive en uafbrudt krum Linie, der snoer sig omkring Cylinderen. Man kalder den en Spiral- eller Skruelinie. Skærer man nu efter Directionen af denne Linie Fordybninger ind i Cylinderen, som faaer Navn af den ophøiede Skrue, saaledes at disse Fordybninger ere i lige stor Afstand parallele med Skruelinien, og denne løber langs med Forhøiningerne; saa hede saadanne Fordybninger Skruegænger. Deres Afstand fra hinanden, saasom den Deel $Aa$ af en Linie, der staaer lodret paa Cylinderens Grundflade, heder en Skruegangs Høide; den ophøiede Skrues Omkreds er Peripherien af den hele Cylinders cirkeldannede Giennemsnit, hvori Skruen er indskaaren.

I den cylindriske Overflade af en huul Cylinder, forestille man sig Skruegænger af samme Høide eller Vidde, som de forrige, saa ville Forhøinin-

høiningerne af den forhen beskrevne ophøiede Skrue passe i Fordybningerne af den hule Cylinder eller Mottriken.

§. 153.

Forudsat nu, at $EF$ forestiller en uforrykket befæstet Mottrik, hvori den ophøiede Skrue allerede sidder, saa vil en Kraft $P$, der virker i en Tangent af den ophøiede Skrues Omkreds, hvis den er stærk nok, ikke alene kunne dreie den ophøiede Skrue, saa at een Skruegang efter den anden udvikler sig af Mottriken; men en paahængt Last $Q$ vil ogsaa ved ethvert Omløb af Skruen opløftes saa meget som en Skruegangs Høide.

§. 154.

Opg. Naar Skruens Omkreds $p$, og Skruegængernes Høide $d$ ere givne, da at bestemme Kraften $P$, som holder Ligevegt med en given Last $Q$, naar $P$ og $Q$ ere anbragte, som i forrige §.

Opl. $P$ er $= \frac{d}{p} Q$, eller $p : d = Q : P$.

Bev. Enhver meget liden Deel af Skruegængerne i Mottriken kan man anse som en skiev Plan, hvis verticale Giennemsnit forestilles ved Triangelen $pqr$. Her er Forholden mellem en Kraft, der virker parallel med $pr$, og Lasten som $qr : pr$ (§. 66). Ved Skruen kan man forestille sig,

Fig. 62. sig, at Lasten, der hænger ved den ophøiede Skrue, er lige fordeelt over den hele Plan af Mottrikens Gænger, saa at der paa den lille Deel $pq$ ligger den Last $\frac{1}{n}Q$. Der vil altsaa behøves $\frac{1}{n}P$, for at opholde denne. Altsaa er $\frac{1}{n}P : \frac{1}{n}Q = qr : pr = bc : b\beta = d : p$. Følgelig er ogsaa $P : Q = d : p$, og $P = \frac{d}{p}Q$.

Anm. Hvo der forlanger en skarpere Theorie, der dog imidlertid ikke fører til noget andet Resultat, han finder den i Hr. Karstens Lehrbegr. Th. III.

## §. 155.

Opg. Naar, som sædvanlig, endnu en Haandspage $GM$ er stukken igiennem Skruens Hoved, og $P$ er anbragt i $G$, da at bestemme Størrelsen af $P$ for det Tilfælde af Ligevegt, naar $r$ er det angrebne Punkts Afstand fra Skruens Axel, og $Q$ er den givne Last.

Opl. $P$ er $= \frac{d}{2r\pi} \cdot Q$, hvor $d$ betyder Skruegængernes Høide, og $\pi$ det ludolphiske Tal. F. Ex. $Q$ være $= 1000$; $d = 1''$, $r = 4' = 48''$; saa er $P = \frac{1000}{2 \cdot 48 \cdot 3{,}14} = 3{,}3$ ℔.

Bev. Var der i $H$ ved Omkredsen af Skruen anbragt en Kraft $V = \frac{d}{p}Q$, saa var

der

per Ligevegt efter §. 154. Nu kan man anſee $MG$ ſom en eenarmet Løftestang, hvor $M$ er Hvilepunktet (ſom det da ogſaa virkelig her ligger i Bevægelſens Axel). Skal nu $P$ udrette ligeſaa meget i $G$, ſom $V$ i $H$; ſaa maae $P$ være $= \frac{p}{2r\pi} . V$, ſordi $MH : MG = p : 2r\pi$ (§. 160. Till. 3. Geom.). Altſaa er ogſaa $P = \frac{p . d}{2r\pi . p} Q$, det er: $P = \frac{d}{2r\pi} . Q$.

## §. 156.

Skulde en virkelig Bevægelſe gaae for ſig; ſaa vilde aabenbar, ſaavel i det Tilfælde §. 154. ſom og i det §. 155, Laſten eller Modſtanden $Q$ ikke kunne bevæge ſig længere frem i den Direction, der er den Direction modſat, hvori den giør Modſtand, end en Skruegangs Høide, imidlertid Kraften $P$ gik omkring Skruens Omkreds (§. 154) eller igiennem Peripherien af den Cirkel, hvis Radius er Løftestangen $MG$ (§. 155). Ved Skruen forholder ſig altſaa og, i Tilfælde af Ligevegt, Kraften til Modſtanden, ſom Modſtandens Vei til Kraftens Vei, i den Mening, der allerede ofte er forklaret. Thi $d : p$ (§. 154) og $d : 2r\pi$ (§. 155) ere ſom diſſe Veie.

Anm. 1. Skruegængernes Høide er almindelig meget liden; følgelig $Aa$ og $AB$ kun lidet forſkiellige fra hinanden. Virkede Kraften parallel med $Aa$, ſaa Fig. 62.

var

Fig. 62. var $P = \frac{aB}{Aa} Q$; lader man den, hvilket altid lettere kan faaes, virke parallel med $AB$, det er med Skruens Grundflade; saa er $P = \frac{aB}{AB} Q$ kun lidet forskiellige fra det forrige.

Anm. 2. Man betiener sig af Skruer, til at hæve meget store Byrder, hvis Trykning Forhøiningerne paa Skrue og Møttrik, der dog almindelig kun ere meget tynde, udholde, uden at gaae i Stykker deraf. Dette kan forklares af Trykningens lige Forbeling over hele Overfladen af Skruegængerne, saavidt som Skruen sidder i Møttriken. Men man seer dog ogsaa heraf, hvorfor man giør Træe-Skruer af det fasteste Træe, f. Ex. Hagetorn; hvorfor man saaledes udskærer Forhøiningerne, at der ind imod Skruens Axel bliver meest Træe, fordi den relative Fasthed er der mindst (Fig. 62). Metal-, især Jern-skruer giver man ikke saadan en Figur; men som Fig. 63, fordi de deels desuden have Fasthed nok, og Kraften for Resten ved den sidste Indretning udretter mere, deels og fordi den skarpe Kant kunde skære ind og forderve Instrumentet. Skruer med dobbelte Gænger, som Bogtrykkerpresserne, ere fastere; men ikke fordeelagtigere for Kraften, fordi man almindelig maae tage en større Høide af Gængerne. Af det, der er sagt, følger ogsaa, at enkelte Steder paa Skruerne lide saa meget desto mindre, jo nøiere alting passer i hinanden. Ellers ville nogle Dele alene klemme imod hinanden, følgelig alene udholde den hele Trykning. Naar de nu ikke ere indrettede dertil, saa springe de af.

Fig. 63.

## §. 157.

Af §. 155. følger $Q = \frac{2r\pi}{d} P$. Vare altsaa $d$ og $r$, som i det der anførte Exempel, og $P =$

et

et Menneskes Kraft, eller omtrent 30 ℔; saa var $Q = 9043$ ℔. Dette viser vel i Almindelighed (da $d$ endnu kunde være mindre, og $r$ endnu større) at man, hvor det ikke kommer an paa Tidsspilde, vel ikke med nogen enkelt Maskine kan udrette saa meget med en ringe Kraft. Men skal en virkelig Bevægelse gaae for sig; saa er der og en overmaade stor Friction at overvinde, og derfor en stor Overvegt af Kraft fornøden. Det mindste, man kan antage, er $\frac{1}{3}$ mere, end der udfordredes til Ligevegt. Fuldstændigere giver Regelen i §. 79. det. Til $Q$ maae man lægge den paa anf. St. bestemte Størrelse $V$, og efter denne Forhold forøge $P$, naar blot Frictionen skal overvindes. Man finder $tang\ \alpha = \frac{d}{p}$; og $p = 2\rho\pi$, dersom $2\rho$ er Skruens Diameter. Var $2\rho = 6$; saa havde man $V = 3541$; altsaa $Q = 12584$. Dette giver $P = 42$ ℔ i Stedet for de forrige 30 ℔. Fordi nu Arbeidet almindelig ikke gaaer ganske uafbrudt frem ved Skruen, saa kunde dog vel endnu eet Menneske overvinde denne Modstand.

Anm. Det er nemlig et Hovedfortrin ved Skruen, at dens Structur alene er tilstrækkelig til, at forhindre, at, naar Kraften ophører at virke eller standser, Lasten eller Modstanden dog ikke kan vige tilbage. Dette lod sig allerede forklare alene af §. 74, da Vinkelen $\alpha$ ved Skruen altid belober sig langt mindre end 18°, ja end 10°. Ved andre Maskiner, f. Ex. paa Bommen af en Vinde, anbringer man

til

til denne Hensigt Sperrehiul, hvori en Hage falder ind, og hindrer Tilbagegangen, o. d. l.

## §. 158.

Der ere forskiellige Maader, paa hvilke man pleier at betiene sig af Skruen.

1) Mottriken er ubevægelig. Kraft og Modstand ere paa den ophøiede Skrue, som er bevægelig. Saaledes hæves Laster, i det de enten hænge neden under ved Skruen (hvor de dog tillige maatte dreie sig), eller bedre i det Skruens Hoved skyder dem op efter. Ligeledes i den horizontale eller enhver anden Direction. Naar Hovedet, i det det omdreies, presser sig imod Modstanden, saa fordobles Frictionen.

2) Den ophøiede Skrue dreier sig omkring sin Axel, som er ubevægelig; Mottriken kan forskydes paa den ophøiede Skrue; de fremstaaende Dele af Mottriken trykke imod Modstanden. Omdreies nu den ophøiede Skrue; saa maae Mottriken tilligemed Modstanden give efter, og bevæge sig i samme Direction, som Skruens Axel. Dette er Tilfældet ved Tømmermandsskruen, naar ved Hielp af samme Taget eller Væggen af en Bygning skulle skrues i Veiret, for at bringe et Stokverk derimellem, eller for at lægge nye Fodstykker. For ethvert Par Skruer ere Mottrikerne indskaarne i en fælles Klods, paa denne Klods staae de Stivere eller Støtter, paa hvilke Bygnin-

ningens Kast ligger, o. s. v. Man see Leupold Theatr.. o. d. l.

3) Møttriken dreier sig omkring den ubevægelige Axel, men Skruen bevæges i samme Direction, som Axelen; paa den sidste er Lasten. Denne Maade er bequem til, at løfte Laster, at oprødde Stubbe, o. a. m. See Leupold.

4) Den ophøiede Skrue er fuldkommen ubevægelig, Møttriken dreies om, og gaaer tillige frem paa den ophøiede Skrue. Af dette Slags betiener man sig fornemmelig til at sammenpresse og befæste. Hvad der ved No. 1. er anmærket om Frictionen, gielder ogsaa om de sidste Tilfælde. For Resten kunne, som man let seer, Formlerne i §. 154. og 155. ogsaa her anvendes efter Omstændighederne.

Anm. Een af de sandsynligviis største Virkninger af Skruen var vel den, da man i Aaret 1770 i Greifswalde sammenskruede et Kirketaarn, som var revnet igiennem nogle Stokverk, og satte det i Sikkerhed for videre Fare. Fra Stokverk til Stokverk bleve de modstaaende Hiørnepiller omfattede med Ankere, hvilke en Bielke, der fævede i det indvendige Rum, tiende til Forbindelse. En stærk Jernramme tog fat om Ankrene, og Møttriken skiød den horizontal frem ad, i det den ophøiede Skrue stod imod et fremstaaende jernbeslaget Stykke af Bielken. En anden Jernstang med udstaaende Stykker, hvori foran var indskaaren en Skrue, laae oven i Bielken, og naar der nu en Tidlang var arbeidet med Hovedskruen, saa blev ogsaa Møttriken til den sidstomtalte Skrue anbragt, og Kiler slagne for de fremstaaende Stykker af Stangen. Naar Revnen mær-

kelig havde draget sig sammen, saa tog man Hoved-skruen med Rammen af, og lod det øvrige staae til Sikkerhed. De revnede Mure kunde omtrent være 5 til 6 Fod tykke i de nederste Stokverk; den ophøiede Skrue, som var af det beste svenske Jern, havde 6″ i Diameter, og Skruegænger af $2\frac{1}{2}'''$; og Kraften blev forstærket med en 5 Fod lang Løftestangs-arm. Sagen blev udført af den duelige Universitets-Tømmermester Rütze, efter Raadførsel med Hr. Prof. Mayer. Realskolen og Pædagogium i Klosterbergen besidde Modeller af denne Indretning.

## XIX. Om Kilen.

### §. 159.

Kilen betragte vi her efter sin ordentligste og sædvanligste Form. Da er den et ret Prisma, hvis Grundflade og Gjennemsnit, saadan som Figuren *ABC* forestiller, er en ligebenet Triangel. De to lige store hedræ, hvoraf *AC* og *BC* ere Gjennemsnit, hede Kilens Sider. Almindelig gjøre de ved *C* en meget spids plan Vinkel *ACB*. Den tredie hedra har derfor et kiendelig mindre Gjennemsnit *AB*. Den heder Kilens Ryg. Perpendiculæren *CD* kaldes Længden. Vi ville ogsaa kalde Linierne *AB* og *AC* Kilens Ryg og Side.

Fig. 64.

Ved Slag eller en stærk Trykning paa Kilens Ryg søger man at bringe Kilens skarpe Kant *ACB* ind imellem Delene af et andet Legeme, og derved at skille dem fra hinanden.

Man

Man antage altsaa, at Kilen allerede sid-
der indtil $EF$ i det tildeels klovede Legeme $EGIF$; Fig. 64.
$DC$ er vertical, og $EF$ horizontal; en Kraft i
$D$ søger at drive Kilen længer ind i Directionen
$DC$.

§. 160.

Opg. Naar der skal være Ligevegt, at finde Forholden af Kraften $P$ anbragt i $D$, til Modstanden paa begge Sider $2R = Q$ af Legemet $EGIF$.

Opl. I. Tilfælde. Naar Legemet giør Modstand i en Direction, der er parallel med Ryggen $AB$; saa er Kraften til den samtlige Modstand, som Kilens halve Ryg $AD$ til Længden $DC$, eller $P = \frac{AD}{DC} \cdot Q$.

Bev. Da Modstanden efter Directionen $EF$ kan ansees som Vegten paa den skieve Plan §. 66, i det, ligesom Vegten der stræbde at falde lodret paa Horizonten, saaledes trykker Modstanden her lodret paa Linien $DC$; saa maae ogsaa Kraften $P$, som her virker i Directionen $DC$, i det forehavende Tilfælde, have samme Forhold til Modstanden $R$, som hisset den med Horizonten parallele Kraft havde til Lasten. Da nu i dette Tilfælde $AD$ har samme Forhold til $DC$, som hisset Planens Høide havde til dens Grundlinie; saa er her $\frac{1}{2}P = \frac{AD}{DC} \cdot R$, og $P = \frac{AD}{DC} \cdot 2R = \frac{AD}{DC} \cdot Q$.

II. Tilfælde. Naar Directionen af Modstanden i $E$ og $F$ er lodret paa Siderne $AC$ og $BC$, saa er Kraften til den samtlige Modstand, som Kilens halve Ryg til dens Side, eller $P = \frac{AD}{AC} \cdot Q$.

Bev. I denne Forudsættelse udtrykke $MF$ og $ME$ Directionerne af de Kræfter, der kunne holde Ligevegt med Modstanden, som virker i Directionerne $RE$ og $NF$. Beskriver man altsaa Rhombus $MEKF$, og lader $MK$ betyde Kraften $P$; saa vil denne lade sig opløse i de Sidekræfter, der ere betegnede ved $ME$ og $MF$; hvilke, i Tilfælde af Ligevegt, maae være æquipollente med den samtlige Modstand. Følgelig maae $\frac{1}{2} P : R = ML : ME = EL : EC = AD : AC$, d. e. $\frac{1}{2} P = \frac{AD}{AC} \cdot R$, og $P = \frac{AD}{AC} \cdot 2R = \frac{AD}{AC} \cdot Q$.

Af disse to Forudsættelser maatte man nu antage den, som i ethvert Tilfælde passede best paa Omstændighederne. Bruges Kilen, til at drive to Legemer udaf deres Fuger, saa at de vige efter Linierne $LE$ og $LF$; saa fandt den første sin Anvendelse, men den anden ved Kløvning, saafremt ellers Kilen sidder ligesaa dybt, som Revnen gaaer. Thi de Directioner, hvori $CF$ og $CE$ stræbde at gaae sammen, vare da aabenbar lodrette paa Kilens

lens Sider. Men da almindelig, saasom ved Brændeklovning, Revnen naaer længer end Kilen, saa har man saaledes angivet en almindelig Regel: $EHF$ være Revnen. Paa den forlængede $EC$ drage man $HN$ lodret, og forlænge den saa vidt, indtil den skærer den ligeledes forlængede $EF$ i $Q$, saa er $P = \frac{EH}{EQ} \cdot Q$. Men $EQN \sim ACD$, følgelig $\frac{AD}{AC} \cdot Q = \frac{EN}{EQ} \cdot Q$. Da nu V. $HEN$ er meget liden; saa er $EH$ kun lidet større end $EN$, følgelig $\frac{EH}{EQ} \cdot Q$ ikke synderlig forskiellig fra $\frac{AD}{AC} \cdot Q$.

## §. 161.

Da $MF + ME$ forestiller den hele lodrette Trykning paa Kilens Sider, og $MK$ den Deel deraf, som stræber at drive Kilen tilbage af Sprækken; saa behøver den sidste egentlig kun at holdes i Ligevegt af $P$. Men $MK$ er vist $< \frac{1}{3}(MF + ME)$, dersom V. $ACB$ er lille nok, som man lettelig seer. Dersom nu Frictionen her ligeledes antages $\frac{1}{3} Q$; saa ses, i det mindste dersom $ACB$ er liden nok, at denne Friction for sig alene maae være tilstrækkelig til, i de fleste Tilfælde at holde Kilen i Sprækken; saa at ingen særskilt Kraft $P$ udfordres dertil. De af Theorien udledede Regler i forrige §. tiene altsaa egentlig

kun til i Almindelighed at vise, at, jo spidsere Kilen er, d. e. jo mindre V. $ACB$, desto mindre Kraft udfordres der, til at overvinde Modstanden.

## §. 162.

Imidlertid sees ogsaa her, at det Rum, hvor igiennem Modstanden paa begge Sider bevæger sig, ogsaa i Forhold til det Rum, som Kraften i lige Tid maae gaae igiennem, er saa meget desto mindre, jo spidsere Kilen er. Ved den første Forudsættelse i §. 160. lader dette sig fuldkommen sammenligne med den Lov, der er funden ved de øvrige enkelte Maskiner. Imedens Kraften fører Kilen igiennem Rummet $LC$, gaaer hver Halvdeel af Modstanden igiennem et Rum $LF = LE$. Altsaa er Hastigheden af $P$ til Hastigheden af $Q$, som $LC : LE = DC : AD = Q : P$, d. e. Kraft og Modstand omvendt som deres Hastigheder. Ikke saa let er det, ogsaa at vise det samme ved de øvrige Forudsættelser.

## §. 163.

Den Kraft, som bevæger Kilen, er ingenlunde i alle Tilfælde en blot Trykning. Knive, Høvle, Plovjern og deslige Arter af Kiler, kunne i det mindste undertiden ansees saaledes, som blot trykkende Kræfter virkede paa dem. Anderledes er det ved Brændeklovningen, enten ved Hielp

af

af en Kile, hvorpaa man slaaer med den omvendte Øxe, eller ved Hielp af Øxen selv. Af saadanne Tilfælde gives der endnu en utallig Mængde, i hvilke et tungt Legeme ved sit Fald bevæger Kilen, hvortil endnu kommer det Sving, som Mennesker meddele det. Hidindtil har Methoden, at skattere disse Kræfter, endnu ikke kunnet vises. Endnu vanskeligere er det, at skattere Modstandens absolute Størrelse, eller den Kraft, hvormed det Legeme, der skal kløves, igien stræber at gaae sammen. Heraf seer man ogsaa, at der kun ere meget faa Tilfælde, hvor man ved Kilens Brug kan af hine Regler uddrage nogen bestemt Slutning; end ikke engang da, naar blot tunge Legemer skulle drives fra hinanden, eller udaf deres Fuger, eller naar Laster skulle ved Hielp af en Kile hæves noget lidet.

I Tilfælde som de sidste, betiener man sig almindelig blot af en skiev Plan, eller ligesom af den halve Kile $ADC$. Grundfladen $DC$ ligger da paa en Plan, der ikke kan vige, og Modstanden viger fra den, jo længer man driver Kilen ind. Frictionen er her dobbelt, paa $AC$ og $DC$.

I øvrigt er det let at begribe, at i saadanne Tilfælde, hvor begge Kilens Sider ligge til Legemer, der give efter, vilde det være høist uforderlagtigt, om dens Giennemsnit ikke var en ligebenet Triangel. Det vilde være alt for vanske-

liat ved Trykning, og endnu mere ved et ſtærkt Slag paa Kilens Ryg, at undgaae, at den dreiede ſig, hvilket her er aldeles imod Henſigten.

## XX. Almindelig Betragtning af de mechaniſke Potentſer, og om deres Sammenſættelſe.

### §. 164.

Næſten i alle enkelte Maſkiner have vi fundet den Lov bekræftet, at Kraft og Modſtand, ved Ligevegten, forholdt ſig omvendt, ſom de Veie, hvilke de, naar en Bevægelſe gik for ſig, vilde gaae igiennem i lige ſtore Tider. Man ſee §. 68. 69. 150. 156. Endog ved Kilen fandt den Sted, i det mindſte efter den første Forudſættelſe i §. 160; ſom er erindret §. 162. Betegne vi nu Modſtandens $Q$ Vei ved $a$, Kraftens $P$ Vei ved $b$;

| ſaa var ved | a | b |
|---|---|---|
| Løftestangen | Laſtens Afſtand: | Kraftens Afſtand fra Hvilepunktet. |
| Vinden | Hjulets Radius: | Hjulets Radius. |
| den ſkiev Plan | Planens Høide: | Dens Længde eller Grundlinie. |
| Tridſen | Radius: | Diameter. |
| Skruen | Gængernes Vidde: | Skruens Omkreds, eller Omkredſen af Løftestangens Cirkel §. 156. |
| Kilen | Halve Ryg: | Kilens Længde. §. 162. 160. |

Da nu altid $P : Q = a : b$; ſaa kan man i Stedet for $a$ og $b$ i ethvert Tilfælde tage de Størrel-

Størrelser, som staae under dem; og de Ligninger $P = \frac{a}{b} \cdot Q$; $Q = \frac{b}{a} \cdot P$; $a = \frac{P}{Q} \cdot b$; $b = \frac{Q}{P} \cdot a$, tiene ved enhver enkelt Maskine til, af 3 Størrelser at finde den 4de, og forud at bestemme deres Indretning, uden endnu at see paa de øvrige Hindringer for Bevægelsen.

Den Lov, som her er anmærket, kan man ogsaa udtrykke saaledes: I Tilfælde af Ligevegt forholde de Kræfter, der virke imod hinanden, sig omvendt, som deres Hastigheder (vilde forholde sig, dersom der skulde foregaae en Bevægelse).

Paa denne Grund holdt Cartesius sig berettiget til, at grunde hele Statiken paa denne Lov. Naar Productet af Massen i Hastigheden er ved to bevægede Legemer lige stort, d. e. $MC = mc$; saa maae deres Formue (eller Moment) sættes lige stort. Virke de derfor lige imod hinanden, saa maae der ikke fremkomme nogen Bevægelse, men en Ligevegt. Vegter, eller Kræfter, som man kan forestille sig som Vegter, virke i Statiken, og Vegter forholde sig som Masserne. Ligeledes virke ogsaa Kræfterne lige imod hinanden. F. Ex. paa Løftestangen vil hver Kraft især bevæge det Punkt lige opad, som den anden driver nedad. Nu tænker han sig en Begyndelseshastighed, der er omvendt som Masserne, og ret-

ter sig efter Afstanden fra Hvilepunktet. Sætter man nu $Q$ i Stedet for $M$; $P$ i Stedet for $m$; $a$ i Stedet for $C$, og $b$ i Stedet for $c$; saa er $Q.a = P.b$, dersom $MC = mc$. Ved Induction have vi næsten overalt befundet Sætningen sand for alle statiske Potentser.

## §. 165.

Seer man ikke paa de øvrige Hindringer for Bevægelsen; saa vilde det ringeste Tillæg til den Kraft, der udfordres til Ligevegt, frembringe en Bevægelse. Fordi man nu ikke regner paa dette Ubetydelige; saa uddrager man af den forrige §. den Sætning: Jo mindre den Kraft er, som man ved een eller anden Maskine bruger til en Bevægelse, desto langsommere vil Modstanden bevæge sig, og omvendt: skal den sidste bevæge sig hastigere; saa maae man anvende mere Kraft. I sig selv er da ogsaa enhver Maskine ligegyldig, da denne Lov angaaer dem alle.

Rigtig nok kan man ogsaa forøge Hastigheden derved, at man forøger den Tilsætning, ved hvilken Overvegten fremkommer. Men, foruden at mange, f. Ex. de dyriske Kræfters, Hastigheder have deres Grændser, §. 113. 114; saa er dog altid, naar Kraftens Hastighed bliver den samme, det Rum, som Modstanden gaaer igiennem, proportionalt med dens Afstand fra Bevægelsespunktet.

Anm.

Anm. Den høiere Geometrie har lært, at den fornødne Tilsætning af Vegt, naar en virkelig Bevægelse skal fremkomme, maae være af en vis bestemt Størrelse, naar man vil erholde den mueligste Fordeel i Tid og Kraft. See §. 59. Nemlig i Almindelighed i Maskiner, hvor Lastens Afstand fra Bevægelsespunktet endnu ikke er halv saa stor, som Kraftens Afstand, skal dette Tillæg $p$ være $= \frac{1}{2}P$; men hvor Lastens Afstand er mere end Halvdelen større, maae $p$ tages $= P$. Dog er dette kun saa omtrent at forstaae. Da Tilsætningerne imidlertid forholde sig som de Kræfter, der udfordres til Ligevegt; saa bliver det ogsaa her sandt, at man taber i Hastighed, naar man vinder i Kraft.

## §. 166.

Da det altsaa vilde være forgieves, om man ved en Maskine vilde paa eengang vinde i Tid og Kraft; saa er den Hovedfordeel, som Kundskaben om de mechaniske Regler forskaffer, denne: at man ved Hielp af dem kan i Tilfælde, hvor man har Tid nok, men kun liden Kraft at anvende, eller modsat, hvor man, for kun ret hastig at bevæge Modstanden, kan tilveiebringe Kraft nok, altid indrette Maskinerne saaledes, at man opnaaer sin Hensigt. Da der imidlertid ikke skulde i noget Tilfælde sees mere Kraft, end Hensigten nødvendig udfordrer; saa maae hver Gang saadan en Indretning vælges, ved hvilken den Kraft, man har i Forraad, kan anbringes i den fordeelagtigste Stilling, og hvorved Friction-nen saa meget mueligt undgaaes, o. s. v.

§. 167.

§. 167.

For den sidste Omstændigheds Skyld vare altsaa vel de enkelte Maskiner bedre end de sammensatte, dersom ikke andre Omstændigheder ofte nødede os til de sidste. Dersom f. Ex. et Menneske, som vi endog ville tilskrive 40 ℔s Kraft (man see §. 113. 114) skulde opvinde 10000 ℔, saa vilde man ved den enkelte Vinde neppe komme til Maalet. Thi, om Bommen endog kun skulde være een Fod tyk; saa maatte Hiulets Radius være 125 Fod. Hvorfra fik man f. Ex. en Trækstang af denne Længde, og som var stærk nok, og hvor fandt man Plads til Bevægelsen? Ved Combination af to eller flere Vinder i et Hiulverk undgaaes denne Vanskelighed. Ligeledes hvordan vilde man i Hestemøllen uden samme Indretningskaffe Løberen den fornødne Hastighed (§. 143). Af den Aarsag have vi og strax ved de enkelte Maskiner tillige forklaret de brugbareste Sammensætninger af enkelte Maskiner af eet Slags, af hvilket Slags Hiulverket og Tallerne ere. Men der gives ogsaa utallige Tilfælde, hvor man sammensætter Maskiner af enkelte, der ere af forskielligt Slags. Derom skal her endnu noget kortelig anføres, og det saaledes, at nogle af de brugeligste Combinationer blive beskrevne.

§. 168.

Saadan en er den saa kaldte Skrue uden Ende. En Last $Q$ hænger ved Bommen $A$ af et Stiernehiul, hvis Takker ere skraae indskaarne, paa det at Skruegængerne af en ophøiet Skrue $EF$, i det de gribe ind i Takkerne, kunne skyde dem frem. Skruen drives om ved Hielp af en Løftestang, eller et Haandgreb $EC$. Da nu altid, saasnart een Takke har vundet sig ud, en anden igien steder for Skruen, og altsaa en Last derved kan bringes til hvad Høide man vil, da ved den almindelige Skrue Cylinderens Længde sætter Grændser for Bevægelsen; saa seer man heraf Grunden til Benævnelsen. Fig. 65.

§. 169.

Vil man af den givne Last og Delenes Indretning i en sammensat Maskine bestemme Kraften i Tilfælde af Ligevegt; saa kan man af lignende Grunde som §. 127. ved Hiulverket, først søge den Kraft $V$, som udfordredes, dersom Maskinen kun bestod af den enkelte Potents, paa hvilken Lasten eller Modstanden umiddelbar er anbragt. F. Ex. her være Bommens og Hiulets Radier $\rho$ og $b$; saa er $\frac{\rho}{b}$. $Q = V$. Størrelsen $V$ ansees nu igien, ligesom §. 127. som en Last, der er anbragt paa det behørige Punkt i den anden enkelte Potents i Maskinen, og saaledes videre, indtil man

man kommer til det sidste Stykke, hvori Kraften umiddelbar virker. F. Ex. ved Skruen uden Ende være $d$ Skruegængernes Bidde, og $r$ Radius af Haandgrebet; saa er $P = \frac{d}{2\pi r}$. V. §. 155.

Følgelig er ved Skruen uden Ende $P = \frac{\varrho d}{b \cdot 2r\pi} \cdot Q$, og $Q = \frac{b \cdot 2r\pi}{\rho d} \cdot P$, naar der er Ligevegt.

Her er $\varrho : b$ som Lastens $Q$ Vei til Kraftens $V$ Vei, naar man først anseer $V$ som Kraft paa Hiulets Omkreds; ligeledes forholder sig ogsaa $d : 2r\pi$, som Størrelsens $V$ Vei, betragtet som Last eller Modstand anbragt paa Skruegangen, til Kraftens $P$ Vei. Paa lige Maade behøver man kun ved enhver sammensat Maskine at søge Forholdstallene for Lastens og Kraftens Veie ved enhver enkelt Deel, og at dividere Productet af de første med Productet af de sidste; dette, multipliceret med Lasten $Q$, giver Kraften $P$.

## §. 170.

Fordi der almindelig ikke arbeides en lang Tid, eller kun i rykketal ved sammensatte Maskiner af dette Slags; saa kan man ved dem mestendeels undvære den meisommelige Beregning af Frictionen; og man pleier, for at gaae den sikkreste

kreste Vei, alt efterſom man mere eller mindre har ſørget for, ved Indretningen ſelv, ved Smørrelſe, o. ſ. v., at formindſke Frictionen, til det fundne $P$ endnu at lægge $\frac{1}{3}P$, $\frac{1}{2}P$, indtil $P$; hvorved man tillige giør Regning paa Tougenes Stivhed, derſom de forekomme. Naar man ellers vil være nøiagtig, vil man ogſaa efter de Regler, der ved de enkelte Potentſer ere givne, for enhver Mellemſtørrelſe, ſaaſom $V$, finde det Tillæg, der kan udfordres formedelſt de omtalte Hindringer for Bevægelſen. Da den ſtærkeſte Friction falder paa den Deel, hvorpaa Modſtanden umiddelbar er anbragt; ſaa er det ofte nok, at man kun beregner alene den derfor.

Exempel. Ved Skruen uden Ende være Radius af Bommen (ſom pleier at være en Træe-Cylinder paa en ſtærk Jernaxel) 6 Tommer $= \rho$; fremdeles være $d = 1''$, $r = 12''$, og $b = 18''$. Nu være $Q = 2000$ ℔. Fordi her efter §. 95. behøves et 2 Tomme tykt Toug, saa maae man ſætte $\rho = 7$. Følgelig er $P = \frac{7.2000}{18.24.3,14} = \frac{875}{85}$, noget over 10 ℔. Da nu et Menneſke er i Stand til at anvende mere end den dobbelte Kraft; saa er dets Kraft viſt tilſtrækkelig, til at drive Maſkinen.

Efter §. 89. 91. og 92. maatte, for Tougets Ubøielighed, i Stedet for $V = \frac{6.2000}{18} =$

666 sættes $666+83=750$. Dette giver $K=\frac{f(750+2000+M}{3.18-f}$. Er nu Bommens og Hiulets Vegt $=M=100$ ℔, og Tappens Radius $=f=1''$; saa er $K=54$ næsten. Dette gav nu $V$ med sine Tillæg $=804$ ℔. Man sætte efter §. 157. formedelst Frictionen paa Siderne af Skruegængerne, og imod de Støtter, hvori Axlerne ligge, 500 ℔; saa at man for $V$ antager omtrent 1300 ℔; saa er $P$ dog kun $\frac{1300}{24.3,14}=17$ til 18 ℔. Haandgrebets Boining kunde altsaa altid endnu giores mindre, for at spare Tid.

Fig. 65. Anm. Anbringer man i Stedet for Touget en takket Stang $GH$, paa hvis Gaffel $H$, eller Hage $G$, Lasten hviler, og som hæves ved et Driv paa den sidste Bom; saa har man en Stokvinde, ved hvilken store Laster, f. Ex. Kanoner, kunne løftes op af Lavetterne, eller tilligemed Lavetterne. Denne Indretning kunde ogsaa tiene i Stedet for den almindelige Vognmandsvinde, hvis Hovedforskiel fra denne kun bestaaer deri, at i Stedet for Skruen uden Ende griber et Driv med saa Stokke ind i et sædvanligt Stiernehiul.

## §. 171.

Fig. 66. Opg. En stærk betynget Bielke $KE$ i en Bygning er sunken ned imod $E$; man vil ved følgende Indretning igien bringe den i horizontal Beliggenhed. I $C$ anbringer man i skraae Stilling under Bielken en stærk Stiver $CD$, der neden til er udskaaren efter

efter Figuren af Cylinderen $O$, hvorpaa den stotter sig. Ved passende anbragte Løftestænger $OP$ drives denne Cylinder ned over en skiev Plan, der dog er saaledes dannet, at Punktet G, hvorpaa Cylinderen først hviler, er længer borte fra $C$, end de følgende Punkter $H$, $R$, o. s. v. Fig. 66.

Opl. Den hele Last tilligemed Bielken kan man forestille sig forenet i dens Midte $G$, og altsaa Bielken selv, som en i $C$ angreben Løftestang (1). Kraften $V$, som her holder imod, virker nu i Directionen $DC$, og kan igien ansees som en Last, der trykker paa Cylinderen. Man drage $GF$ lodret paa $CG$, og $FI$ paa $GF$, saa er $IGF$ den sande Skraahed af den Plan, som denne Last skal bringes op af, imedens man skyder Tyngdepunktet af Cylinderen $O$ parallel frem med $GI$ (2). Men da man endnu stikker Løftestænger igiennem Enderne af Cylinderen, saa bevæger Kraften sig igiennem Omkredsen af en Cirkel, hvis Radius er $OP$, naar Lasten trykker frem i Cylinderens Omkreds (3).

Altsaa er

Last. Vei: Kraft. V.

for 1) som $KN : KM$, f. Ex. $= 8 : 15$.
2) $IF : IG$, f. Ex. $= 1 : 20$.
3) $OD : OP$, f. Ex. $= 1 : 10$.

Nu være $Q = 30000$; saa er $P = \frac{8 \cdot 30000}{15 \cdot 20 \cdot 10} = 80$ lb. Fire stærke Mand vilde altsaa magelig overvinde denne Last; ikke engang at tale om, at, naar Cylinderen rykker frem, bliver $KM$ større, og der følgelig udfordres mindre Kraft.

Denne Maskine er først angiven af Scheldon, for dermed at løfte Krigsskibe, der skulde repareres, saaledes op, at man bequemt kunde komme til Kielen. Den kan bruges som Tømmermandsskruen, §. 158, 2; og kan lettere faaes og for bedre Kiøb. I Hamburg ere to Kirketaarne hævede dermed. Scheldon havde efter en vis Lov udskaaret Understøttelsesblokken efter en Cirkelbue; saa udfordres der bestandig een og samme Kraft. See svenske Ash. 1747. S. 45. ff.

## §. 172.

Fig. 56. Opg. En tung Last, f. Ex. et stort Skib, skal man slæbe op paa Skibsværften, for at sættes i Stand, til et Sted, der ligger omtrent 100 Fod fra Strandbredden, og 8 Fod høiere. Dette skal udføres af 8 Mand, og Skibet maae veie 60000 lb.

Opl. Af sig selv faldt man vel her paa, at trække Skibet op af en skiev Plan. Da Directionen ikke viger meget af fra den horizontale, saa kan ogsaa Jordvinden §. 119. her med Fordeel anbrin-

anbringes. Den har sædvanlig 4 Trækstænger. Et Menneskes Kraft ved den kan man vel ansætte for 40 ℔ (ans. St.). Men for den stærke Frictions Skyld, gior man best i, at giøre Regningen saaledes, som der kun var fire Mand, eller 160 ℔ Kraft i Forraad. Naar man altsaa vilde lade sig nøie med de to benævnte Maskiner, maatte $160$ være $= \frac{x}{y} \cdot \frac{2}{25} \cdot 60000$; hvor altsaa Forholden af Bommens Radius til Trækstangens Længde, eller $\frac{x}{y}$ bliev $= \frac{1}{30}$. Da nu Bommen dog vel maae være 2 Fod tyk; saa seer man, at Trækstængerne bleve for lange, og at der altsaa endnu behøves en Mellemmaskine. Den bequemmeste er unægtelig en Tallie, der er indrettet som i Figuren. Gior man nu efter Behag Trækstængerne 8 Fod; saa vil $160 = \frac{1}{8} \cdot \frac{v}{w} \cdot \frac{2}{25} \cdot 60000$ give $\frac{v}{w} = \frac{4}{15}$, hvilket er kun lidet mere end $\frac{1}{4}$, altsaa kunne 2 bevægelige Tridser være nok.

I dette Exempel har jeg villet vise, hvorledes man ved Eftertanke ganske naturlig kan falde paa saadan en Sammensætning. For Resten er dette Skibbyggernes sædvanlige Vinde.

## §. 173.

Videre Efterretning om sammensatte Maskiner finder man hos practiske Skribentere;

ſ. Ex. i Leupolds Theatris, iſær i Machinario, og i Recueil des Machines approuvées etc. de l'Academie de Paris. Naar ſtore Tyngder uden alt for ſtor Tidsſpilde ſkulle hæves, saa beſtaaer meſtendeels Sammenſætningen af Binder med Tallier. F. Ex. ved Obeliſkens Opreisning af Fontana, og de lange Stenes Opbringelſe paa Frontonen af Louvre. See Leupold anf. St.

Ved Beſkrivelſerne over ſaadanne Indretninger maae man fornemmelig agte paa den Skarpſindighed, hvormed Opfinderne have rydet de beſynderlige Vanſkeligheder af Veien, ſom komme af Figuren, Skiorheden, Pladſens egen Beliggenhed, o. m., have ſkaffet ſig Underſtøttelſespunkter, draget Fordele af Biomſtændigheder; for paa viſſe Maader at giøre denne Sag, ſom ikke lader ſig bringe i noget Syſtem, til et Værk for Siemaalet eller den practiſke Bedømmelſeskraft.

## XXI. Kort Theorie om Vogne.

### §. 174.

At man er bekiendt med Hovedindretningen af en Vogn, kan jeg forudſætte. Fornemmelig vil jeg tale om dem med fire Hiul ſom de brugeligſte. Jeg vil ogſaa først betragte Vognen paa en tilſtrækkelig bred, lige og, i Ordets ſædvanlige Betydning, jevn Vei. Laſten maae ligeſedes

være

være lige fordeelt paa For- og Baghiulene, og Hestene maae trække Vognen i den horizontale Direction $aD$. I det nu de ganske smaae Forhøininger paa Veien staae imod Hiulenes Omkreds, saa frembringes derved, fordi Kraft og Modvirkning ere lige store, i $F$ eller $C$ en Kraft, til at dreie Hiulene om deres Axel, hvilken Kraft ingen anden Modstand finder end Axlernes Friction paa Hiulnavrene. Er $Q$ Lasten, saa er Frictionen $\frac{1}{3}Q$, og altsaa paa Forhiulene, saavelsom paa Baghiulene $\frac{1}{6}Q$. Nu være Hiulenes Radier $aF=a$; $bC=b$; Axlernes Radier $af=f$; $bc=c$; saa er Kraften $P$, som holder Ligevegt med denne Friction, eller, som Hestene egentlig maae anvende, for at trække Vognen frem, $\frac{Q.f}{6.a}+\frac{Q.c}{6.b}=\frac{Q.f.b+a.c)}{6.a.b}$. Dersom saadanne Hiul kaldes høie, hvis Axel nærmer sig til Høiden af Hestenes Bringe, saa seer man heraf, at $P$ kan være saa meget desto mindre, jo større $a$ eller $b$ er, d. e. jo høiere Hiulene ere. Er, som sædvanlig, $f=c$; saa er $P=\frac{Q.f(a+b)}{6.a.b}$. Lader man Summen $a+b$ blive uforanderlig, men gior $a=b$; saa sees, at $P$ maae være ringest, følgelig Frictionen mindst, naar For- og Baghiulene have lige store Radier. Thi Divisor $6ab$ bliver under disse Omstændigheder størst. Man see ogsaa Geom. §. 347.

Fig. 67.

Ex. $Q$ være $= 4000$; $a = b = 3'$, $f = \frac{1}{8}'$; saa er $P = 74$ ℔ omtrent; saa at paa fuldkommen jevn Vei kunde 40 Centner trækkes af fire Heste, uden at hver især behøvede at anvende mere end 18 til 19 ℔s Kraft.

## §. 175.

Er Veien vel jevn, men smal, eller dog af indskrænket Brede; eller ere der mange Afvigelser fra den rette Linie, eller saa kaldte korte Vendinger at gjøre, saa ere smaae Forhiul for saavidt raadeligere, fordi de løbe om paa et mindre Rum, og lette altsaa Vendingen. Bringer man da den meste Ladning bag paa; saa fordeles Friktionen saaledes, at der, hvor den største Friktion er, der har ogsaa Kraften størst Afstand fra Bevægelsespunktet.

Nu sees det allerede, hvorfor Fragt- og Reisevogne have høie og mestendeels lige store, Karether i Stæderne, Sprøitevogne o. a. have saa meget lave Forhiul, o. s. v.

## §. 176.

Fig. 68. $A$ være en Forhøining paa Horizontalplanen $XY$. Hestene trække efter Directionen $CF$ parallel med Horizonten, og Vognen skal løftes op over Forhøiningen $A$. Da Verticallinien $CD$ tilkiendegiver Directionen af den Last, som gaaer paa Axelen, saa er i Tilfælde af Ligevegt,

$AB$

$AB : AD = Q : P$, eller $P = \frac{AD}{AB} \cdot Q$. Sætter man V. $DCA = \alpha$; saa er $cof\,\alpha : sin\,\alpha = Q : P$, d. e. $P = \frac{Q \cdot sin\,\alpha}{cof\,\alpha} = Q \cdot tang\,\alpha$ (Geom. §. 199).

Heraf følger, at Besværligheden ved, at trække en Vogn over en Forhøining, vorer i en større Forhold end Vinkelen $\alpha$. F. Ex. Et Hiul maae have 16 Eeger, hvoraf den ene staaer paa Jorden; saa udfordres mere end 2 Gange saa megen Kraft til at løfte Vognen, naar den anden, fra denne af at regne, end naar den første støder imod en Hindring. Er $\alpha = 45°$; saa er $tang\,\alpha = 1$, og $P = Q$; men er $\alpha = 90°$, saa er $tang\,\alpha = \infty$; altsaa og $P$ uendelig stor, d. e. Hindringen er uovervindelig.

Endog i denne Betragtning synes høie Hiul at fortiene Fortrinet; fordi ved horizontal Direction, naar Forhøiningerne ere lige store, er Vinkelen $\alpha$, følgelig og $\frac{sin\,\alpha}{cof\,\alpha}$ eller $tang\,\alpha$, ceteris paribus, mindre, jo høiere Hiulet er. Saaledes er i Figuren $DCA < dca$.

Men endnu større er det høie Hiuls Fortrin, naar der paa Veien gives egentlige Huller af det Slags, som Rummet imellem $k$ og $a$, hvor det lave Hiul synker meget dybt, det dobbelt

saa høie nøsten slet ikke ned. En nye Grund til, at give Arbeids- og Reisevogne høiere Hiul.

## §. 177.

Imidlertid seer man, at, naar Vognen skal løftes op over Forhøininger, er det fordeelagtigst for Hestene, at trække i Directionen $C\Phi$, der viger op over den horizontale. Thi nu behøver $P$ kun at være $= \frac{AD.\ Q}{A\beta}$, hvilket er mindre end $\frac{AD.\ Q}{AB}$.

Endog paa jevn Vei har saadan en Indretning den Fordeel, at Dyrene bedre kunne læne sig til Seletøiet. Man erholder dette, naar man dog overalt giør Forhiulenes Radius noget lavere end Hestenes Bringe. Imidlertid maae Linien $C\Phi$ kun afvige meget lidet fra Horizontallinien, fordi Hestene ellers, endog paa jevn Vei, maatte bære for meget, hvorved de ikke alene snart trættes, men blive endog stive. Det sidste er, som bekiendt, virkelig Tilfældet med Karethheste.

Anm. Af det foregaaende sees tilfulde Ubeqvemmeligheden af den Fordom, at høie Baghiul skulle med meget lave Forhiul give Vognen et saa kaldet Stød (chasse). Var dette sandt, saa maatte de engang tilsidst kunne blive saa høie, at Vognen gik af sig selv, i det mindste maatte det være overmaade vanskeligere, at rykke tilbage med saadan en Vogn, hvilket dog ikke er saa. Vi have af andre Grunde viist, hvad for Hensigter man opnaaer ved lavere Forhiul.

§. 178.

## §. 178.

Naar et Hiul synker ned paa en Vogn med 4 Hiul, saa er kun omtrent den 4 Deel af Lasten at løfte op; men ved en Karre, Kariol, eller i Almindelighed en Vogn med to Hiul, er det Halvdelen. Allerede i denne Hensigt har Karrehesten det tungere, end en anden Vognhest, naar begge have lige stort Læs; ikke at tale om de Stød, som den første faaer snart paa een, snart paa den anden Side. Karrerne forderve ogsaa Veiene meget, fordi de skære dybere i. For at hindre denne Hiulenes dybe Indskæring ved ethvert Slags Vogne, ere brede Hiulfælger bedre end smalle, for saavidt Omstændighederne tillade dem.

Anm. Karrerne synes fornemmelig at bruges for den mageligere Paalæsnings Skyld, ligesom ogsaa Slubber, dg ellers de sidste foraarsage en skrækkelig Friction. Slæden gaaer kun af den Aarsag let, fordi den kun bruges paa en glat Plan, hvor den, naar den eengang har faaet et Stød, gaaer, blot i Følge Inertien, en Stund frem af sig selv.

## §. 179.

At Hiulene maae være fuldkommen runde, og deres Tyngdepunkt ligge i Midten, forstaaer sig af sig selv.

Paa det at Hiulene saa meget desto bedre kunne lempe sig efter Hiulsporene, der snart ere bredere, snart smallere, saa giør man dem saaledes, at de kunne forskyde sig noget paa Axlen, dets

desuden er lidet coniſk. Paa det at det yderſte Hiul deſto lettere kan antage den udfordrende Direction, til i Vendingen at beſkrive en Cirkel omkring det indekſte, lader man Hiulene fortil løbe lidet indad imod hinanden. Den coniſke Axel bidrager ogſaa hertil.

Endelig vil jeg kun endnu anmærke, hvorfor man ikke giør Eegerne lodrette paa Axelen, men lidet ſkraae derimod udad. Hælder nemlig Vognen endog til Siden, ſaa kommer Eegernes Direction lodret paa Horizonten, og Hiulet kan ikke ſaa let brækkes. Desuden velter Vognen da heller ikke ſtrax, fordi Hiulets Tyngdepunkt, og følgelig ogſaa Tyngdepunktet af den Laſt, ſom ligger derpaa, dog endnu bliver underſtøttet.

## XXII. Om Maſkiner, ſom drives ved Vegter i Almindelighed.

### §. 180.

Ovenfor §. 109. Anm. er en Grund allerede angiven, hvoraf det ſees, at Maſkiner af ligeformig Bevægelſe ikke ere at erholde, naar de blot ſkulle drives af Vegter, iſær naar man ikke har en overmaade haſtig Bevægelſe til Hensigt. Altſaa, om man endſkiønt ved Ligevegtens Betragtning i Statiken ſelv anſeer alle andre Kræfter ſom Vegter, fordi kun den Trykning, de have i Begyndelſen, her kommer i Betragtning; ſaa

gives

gives der dog kun overmaade saa Tilfælde, hvor Vegter kunne anbringes, naar der skal skee en virkelig Bevægelse. En anden Hovedvanskelighed er endnu denne, at en Vegt, naar den skal virke en Stund, maae gaae igiennem et anseeligt Rum i Verticallinien. Saasnart der i denne Direction kommer den en Hindring i Veien, saa maae den paa nye vindes op. Alt dette vil best blive kiendeligt ved Beskrivelsen af en mechanisk Indretning af dette Slags, hvormed næsten alle de øvrige komme overeens i det Væsentlige.

## §. 181.

Omkring en Bom $AB$, der sidder paa en cylindrisk Axel $E$, er slaget et Toug, hvorpaa en Vegt $P$ hænger ned. Axelen $E$ gaaer ikke heelt igiennem Bommen, og paa Axelen findes et Kron- eller Stiernehiul $FG$. Paa dets Overflade er en Sperrehage $H$ giort fast, som griber ind i Takkerne paa et Sperrehiul, der er fast paa Bommen $AB$. Dreier man nu ved Hielp af et Haandgreb Bommen $AB$ i Directionen $ADB$, saa oploses een Tand af Sperrehiulet efter den anden; Hiulet $FG$ bliver ubevægeligt, og imedens Touget vikler sig op, stiger Vegten. Lader man nu denne gaae frit, saa vil den virke paa Radius $AE$, som paa en Løftestangsarm, og fordi Sperrehagen, der er fast paa $FG$, ikke kan vige i Directionen $BDA$, drive Bommen tilligemed Hiu-

Fig. 69.

let

Fig. 69. let $FG$ omkring, saafremt $P$ er tung nok, for at overvinde den Modstand, der kan virke paa $FG$. Der kan nemlig enten en Modstand virke umiddelbar paa $FG$, eller dets Tænder kunne endnu videre gribe ind i et Driv, paa hvis Axel et tungt Legeme, s. Ex. en Molle- eller Slibesteen, eller en Kurv føres omkring, hvorpaa noget opvikles sig, o. s. v.

## §. 182.

Man seer nu aabenbar, hvorledes de først berørte Vanskeligheder vist ville indfinde sig ved denne Indretning. Ligesaa klart er det, at der herved ikke vindes nogen Kraft. Vegten virker ikke stærkere, end den Kraft, hvormed den trækkes op. Kun da kunde en Bequemmelighed fremkomme deraf, som man i mange Tilfælde søger, naar Vegten, der meget hastig kan trækkes op af een Person, synker igien i en meget længere Tid, uden mærkelig Tiltagelse i Bevægelsens Hastighed (om Uhrverkernes Ligeformighed tales her endnu ikke). Sligt kan forekomme ved Manufacturer, hvor der er en ringe Modstand at overvinde, f. Ex. Traade o. d. l. at oppikle.

Anm. 1. Det er at mærke, at i Følge Erfaring antage Maskiner, endog de, der drives af Vegter, kun en bestemt Grad af Hastighed, hvormed de siden gaae ligeformig frem. Maaskee er den forøgede Friction ved en hurtigere Bevægelse, eller andre Hindringer, som f. Ex. Luftens Modstand, Skyld heri. I det mindste kan man snarere bringe dem til

til Eensformighed, ved at anbringe smaae Vinger paa den sidste Vom, hvis brede Flade maae igiennemtrænge Luften.

Anm. 2. Her vil jeg kun endnu anføre den almindelige Regel, hvorledes man ved Maskiner, der have Formen af Vinder eller Hiulverk, kan udlede $s$, det Rum, som Modstanden igiennemlober, $p$ Kraften, $q$ Modstanden, $t$ Tiden, af hinanden. Nemlig efter Ordenen være $a, c, e..$ Radier; $A, C, E..$ de halve Masser af de Hiul, Driv eller Vomme, hvorpaa Kraften virker, og som der gribes ind i. Fremdeles være $b, d, f..$ Radier, og $B, D, F..$ de halve Masser af de indgribende Hiul, Driv eller Vomme, hvorpaa Modstanden er anbragt. Videre være $\Phi$ den Kraft, der udfordres til at overvinde Frictionen alene paa det første Hiul; $g = 15{,}625$ Fod, saa er $S =$

$$\frac{(acebdf\ldots(p-\Phi)-b^2d^2f^2\ldots.q)gt^2}{a^2c^2e^2(A+p)+b^2c^2e^2(B+C)+b^2d^2e^2(D+E)+b^2d^2f^2(F+q)}$$

Det Rum, som Kraften igiennemgaaer i Tiden $t$, er da $\frac{a.\,c.\,e\ldots}{b.\,d.\,f\ldots}.S = x$. Var der kun en enkelt Vinde, saa var $S = \frac{nb(p-\Phi)-b^2q}{d^2(A+p)+b^2(B+q)}.gt^2$.

Tager man i Figuren $a, c, b, d = 1, \frac{1}{2}, 3, 1\frac{1}{2}$ og $A, C, B, D = 60, 10, 40, 2$ Pd. efter Ordenen; sætter man fremdeles $p = 8$ Pd. $\Phi = 3$ Pd. $q = \frac{1}{10}$ Pd. $t = 60$ Secunder; saa er $S = 390'$, og $x = 4\frac{1}{3}'$. Videre handler herom Schober von der Ueberwucht, Euler de Machinarum usu maxime lucroso, comm. Petr. T. X. o. fl.

Anm. 3. Til de Maskiner, ved hvilke man med Nytte betiener sig af Vegter, høre ogsaa alle Slags Fæstoie. Saadan en Stoel hænger i et Toug, der løber over en Trisse, og paa hvis anden Ende er anbragt en Vegt, der omtrent veier saa meget som et Menneske tilligemed Stolen. Paa saadan Maade kan et Menneske, blot ved at støtte imod en Modstand,

stand, der kan være ved Siden, f. Ex. et Toug eller en Stiver, allerede let stige op eller ned. Man see Leupolds Theatr. Machinarium Cap. XII.

## XXIII. Om Pendulen.

### §. 183.

Fig. 70. Et tungt Legeme $Q$ faaer ved Faldet fra $A$ til $B$, ned efter Længden af en skraae Plan ingen større eller mindre Hastighed, end det vilde have faaet, om det var faldet i Tyngdens naturlige Direction $AC$ (den skraae Plans Høide).

Bev. $Q$ opholdes af $\frac{AC}{AB}$. $Q = P$. Man kan altsaa betragte Sagen saaledes, som ethvert Element af $Q$ blev af en anden Tyngdekraft, der forholder sig til den almindelige, som $AC : AB$, drevet efter Directionen $AB$. Da nu Virkningerne ere proportionale med Aarsagerne; saa maae det Rum, der i det første Secunde er tilbagelagt paa Planen (hvilket vi kalde $G$) forholde sig til Rummet $g$ §. 20. som $AC : AB$. Imidlertid maae dog ogsaa her denne Virkning betragtes som en Virkning af en absolut Kraft (egentlig er det den tildeels ophævede Tyngde). Efterat Rummet $S$ er tilbagelagt paa den skraae Plan, er altsaa den erholdte Hastighed $C = 2\sqrt{GS}$ §. 23. Nu var Hastigheden i det frie Fald $= 2\sqrt{gs}$ anf. St. Begge ere lige store, dersom $GS$ er $=$

$gs$;

$gs$; d. e. dersom $G : g = s : S$; eller dersom $s : S = AC : AB$. Enten altsaa $Q$ falder igiennem $AB$ paa den skraae Plan, eller igiennem $AC$ lodret ned; saa saaer det eens Hastighed.

Till. Faldt altsaa et tungt Legeme ned langs med den brækkede Linie $ABDE$, saa vilde det i $B$ have faaet den samme Hastighed, som det havde faaet ved det frie Fald igiennem $AC$; imedens det med denne gaaer frem fra $B$ til $D$, saaer det ligesaa megen Hastighed til, som om det var faldet lodret igiennem $BH = CF$; i Almindelighed saaer det ved Enden af den brækkede Linie den samme Hastighed, som om det var faldet igiennem den lodrette Høide $AG$. Da man nu kan forestille sig en krum Linie som sammensat af en uendelig Mængde smaae lige Dele, saa vilde det Legeme, der var faldet igiennem Buen $AE$, ligeledes i $E$ have faaet samme Hastighed, som om det var faldet lodret igiennem $AG$, d. e. dets Hastighed var $= 2 Vg. AG$. §. 23. Fig. 71.

## §. 184.

Dersom et tungt Legeme $M$ er giort fast i Punktet $A$ paa en Traad eller Stang $CA$, der er bevægelig omkring det faste Punkt $C$; saa vil det hænge stille i den verticale Beliggenhed $CA$. Men bringer man alting i den Beliggenhed $CB$; saa trækker Tyngden Legemet efter $BF$, og i Directionen $CB$ holdes det tilbage. Da disse to Fig. 72.

Direc-

Fig. 72. Directioner ikke ere lige modsatte; saa maae der skee en Bevægelse, og det i Cirkelbuen $BA$. Foreſtiller man ſig nu Traad eller Stang uden al egen Tyngde, men Vegten af $M$ forenet i dets Tyngdepunkt, ſaa har man Begrebet om en enkelt Pendul.

Den enkelte Penduls Haſtighed i $A$ er altſaa ſaa ſtor, ſom om den var falden ned igiennem den lodrette Høide $BF$. Traaden $CB$ giør nemlig her det ſamme, ſom en krum Overflade. §. 183. Till.

Naar Pendulen kommer i $A$, ſaa er den lodret underſtøttet, hvorfor Tyngden vel ingen videre Haſtighed kan meddele den. Men i Følge Inertien §. 7. vil den med den bekomne Haſtighed gaae frem i Cirkelens Tangent, og da Linien $CA$, der altid er lige ſtor, og befæſtet ved Enden, ikke tillader dette, ſaa vil den bevæge ſig op efter i Buen $AE$. Men ſaaſnart den kommer ud af den lodrette Beliggenhed $CA$, ſaa vil Tyngden ſtrax begynde at fratage den een Deel af ſin Haſtighed efter den anden. Naar den har gaaet igiennem $AE=BA$, vil den have miſtet den altſammen. Men nu vil Tyngden ganſke paa nye virke derpaa, og drive den henimod $A$; i Følge Inertien vil den komme til $B$, derfra af ſamme Grunde tilbage til $E$, og ſ. f. Enhver Gang fra $B$ til $E$, eller fra $E$ til $B$ kalder man et Pendulſlag eller Sving (oſcillatio).

Diſſe

Disse Pendulslag vilde uden Ophør vedvare, dersom der ingen Friction var ved Hængepunktet $C$, og ingen Modstand af Luften imod $CA$ og $M$, der i praxi ere virkelige Legemer.

## §. 185.

Theorie og Erfaring lære, at Pendulslagene i forskiellige Cirkelbuer ikke medtage lige lang Tid. Da man, snart efter Opfindelsen af de første Grundsætninger for Pendularbevægelsen, begyndte at betiene sig deraf til et Tidmaal, saa blev det altsaa en vigtig Sag, ved egne Indretninger at afhielpe denne ufordeelagtige Omstændighed, der altid i Følge den sidste Bemærkning i forrige §. vil indtræffe. Hugenius fandt den krumme Linie, igiennem hvis forskiellige Buer Pendulens Oscillation maae medtage lige lang Tid. Det er den §. 315. Geom. beskrevne Hiullinie. Desuden fandt han følgende Egenskab ved denne krumme Linie. Naar $CP = l$ er Pendulens Længde, $CTA$ og $CtB$ ere halve Hiullinier af sig. en Cirkel, hvis Diameter er $= \frac{1}{2}l$; og man forstiller sig $CP$ saa bøielig, at den lægger sig omkring den hele $CTA$ eller en Deel deraf; saa vil det yderste tunge Punkt $P$, naar man slipper det, ligeledes beskrive en Hiullinie $AVB$ eller en Bue af samme. Nu er det vidtløftigt, at Buen af en Cirkel, der er beskreven med Radius $CV$, i Nærheden af $V$ er stet ikke kiendelig forskiellig 74.

Fig. 74. fra Hiulliniens Bue. Man kan altsaa paastaae, at en Pendul, hvis Slag kun gaae igiennem saa Grader af en Cirkelbue, kan ligeledes ansees for, at medtage lige lang Tid til sine Slag. F. Ex. en Pendul af 3 Fods Længde kan endnu vige 5 til 6 Grader ud fra Verticallinien. Dette tiener til Forberedelse til den følgende §.

## §. 186.

Opg. At bestemme Tiden af en Penduls Slag, der har en given Længde, igiennem en meget liden (egentlig uendelig liden) Bue.

Opl. Saadanne meget smaae Buer forestille man sig ved $GA$, $BA$, $GB$. Nu ere de Fig. 72. bekomne Hastigheder, naar $2\sqrt{g}$ sættes $= \alpha$, af Faldet igiennem

$GA = \alpha\sqrt{AD}$

$BA = \alpha\sqrt{AP}$

$GB = \alpha\sqrt{(AD - AP)}$

Men $2AC\ (AH) : AG = AG : AD$, altsaa er $AD = \frac{AG^2}{AH}$, og af lignende Grunde $AP = \frac{AB^2}{AH}$. Følgelig er den Hastighed, der er saaet ved Faldet indtil $B = \alpha\sqrt{\frac{AG^2 - AB^2}{AH}} = c$.

Nu antage man, at Punktet $b$ er saa lidet borte fra $B$, at den ved $b$ erholdte Hastighed kan ansees for ligesaa stor, som den nylig bestemte,

saa

saa kan man betragte Bevægelsen igiennem $bB$ for ligeformig. Da er den Tid, der er tilbragt paa Rummet $bB$, eller $T = \frac{Bb}{c} = \frac{bB \cdot \sqrt{AH}}{a \cdot \sqrt{(AG^2 - AB^2)}}$

Kunde man nu forvandle Buen $AG$, der er antagen for meget lille, til en ret Linie, og beskrev dermed Qvadranten $GLM$, saa vare paa den rette Linie $AG$ de lige benævnte Dele af samme Størrelse som forhen paa Buen $AG$. Man drage $BK$ og $bL$ lodrette, og Radius $AK$; saa er, fordi ved saa smaae Buer $KL$ gielder for en ret Linie, og V. $pKL$ er $= R$; Tr. $KLn$ ∽ Tr. $Knp$ ∽ $AKB$, og $Ln$ ($Bb$): $BK = KL$: $AK$ ($AG$), og $\frac{Bb}{BK} = \frac{KL}{AG}$. Men $BK = \sqrt{(AK^2 - AB^2)} = \sqrt{(AG^2 - AB^2)}$; følgelig $T = \frac{KL}{AG} \cdot \frac{\sqrt{AH}}{a}$. Da der nu bestandig forudsættes, at Buen $AG$, følgelig og den rette Linie $AG$, og tillige Buen $MLG$ ere meget smaae, saa forholde Delene paa den sidste sig, som de corresponderende Dele paa Linien $AG$. Følgelig er ogsaa Tiden igiennem den hele Bue $GA$, eller Pendulslagets halve Tid $\frac{1}{2}t = \frac{MLG}{AG} \cdot \frac{\sqrt{AH}}{a}$; d. e. $t = \frac{2MLG}{AG} \cdot \frac{\sqrt{AH}}{a} = \frac{4MLG}{2AG} \cdot \frac{\sqrt{AH}}{a}$.

Fig. 73.

Nu er $4MLG : 2AG = \pi : 1$; og naar $l$ er Pendulens Længde; saa er $AH = 2l$. Følgelig

gelig er Tiden til eet Slag i en meget liden (egentlig uendelig liden) Bue, eller $t = \frac{\pi\sqrt{2l}}{2\sqrt{g}} = \frac{\pi\sqrt{l}}{\sqrt{2g}}$.

Till. 1. Er altsaa Tiden til et Pendulslag foreskreven; saa er $l = \frac{2gt^2}{\pi^2}$ dens Længde. Søger man altsaa Længden af en Secundpendul; saa er $l = \frac{2.15,1}{3,1415^2} = 3,066$ Fod $= 3$ Fod 8,5 Linier pariſiſk Duodecimalmaal, eller 3 Fod 2 Tomme rhinlandſk.

Till. 2. Da der af Formlen følger $g = \frac{\pi^2 l}{2t^2} = \frac{\pi^2 l}{2}$, naar $t$ er $= 1$ Secunde; saa ſees, hvorledes Hugenius af den efter Solens eller Fixſtiernernes daglige Bevægelse beſtemte Længde af Secundpendulen, kunde udlede det Rum $g$, ſom et tungt Legeme falder i den første Secund. Man ſee §. 20.

Till. 3. Er $t$ en Secunde, $l$ Længden af en Secundpendul, $T$ enhver anden Tid, ligeſom $L$ betyder Længden af den dertil hørende Pendul; saa er det klart, at $t : T = \sqrt{l} : \sqrt{L}$, eller $t^2 : T^2 = 1 : L$, eller $L = T^2 l$ giver Længden af enhver Pendul, der i Tiden $T$ ſkal giøre et Slag. Saaledes maae en Halvſecundpendul være $\frac{1}{4} \cdot 3,066 = 0,76$ pariſiſke Fod, eller 9″ 1‴ pariſiſk Duodecimalmaal lang. I Almindelighed forholde Pendullængderne ſig, ſom Quadraterne af Oſcillationstiderne.

§. 187.

## §. 187.

Dersom flere Vegter ere anbragte i forskiellige Afstande fra Hængepunktet; eller dersom man maae bringe Traaden eller Stangen for deres egen Vegts Skyld i Regningen med; endog allerede, naar Vegten, der er ophængt paa Linien $CA$, har nogen Størrelse; saa er det ikke længer en enkelt Pendul, men den heder en sammensat. Den høiere Mechanik lærer Regler, hvorledes man maae sammenligne saadan en Pendul med en enkelt, i det man dog paa Linien $CA$ bestemmer et Punkt (centrum oscillationis) af saadan Beskaffenhed, at den foregivne sammensatte Pendul gior sine Slag i samme Tid, som en enkelt, der er ophængt i dette Punkt. F. Ex. Vegten af en Kugle eller Skive, der er ophængt paa Enden af Stangen, Fig. 75. være $P$, og Stangens Vegt $\frac{1}{n}P$; saa er Længden af den enkelte Pendul, der gior sine Slag i samme Tid, eller $CK = \frac{(9n+4)CA}{9n+6}$; hvor $A$ er Middelpunktet af det ophængte Legems Tyngde, og $CA = \frac{9n+6}{9n+4}CK$ er den Længde, som man maae give Stangen, naar $CK$ er foreskreven. F. Ex. §. 186. Till. 1. var 3,06' Længden af Secundependulen, Vegten være 20 Gange tungere end Stangen, dette giver $CA = 3{,}09$. Nøiagtigere Regler finder man i Karstens Lehrbegrif Th. IV. §. 179.

## XXIV. Om Uhrverker i Almindelighed, og især Perpendikeluhrene.

### §. 188.

Maskiner, der ved deres Deles Bevægelse afmaale Tiden, hede **Uhrverker**. Lader man et Hiulverk drive af Vegter alene, saa synker Vegten i det mindste en Tidlang med accelereret Bevægelse, §. 180. ff. Skal altsaa Bevægelsen være ligeformig, paa det at Tiden kan inddeles i lige store Dele, saa maatte man paa saadanne Maskiner endnu anbringe saadan en Indretning, som derved, at den opholdt f. Ex. det sidste Hiul i Maskinen i Tidsrum, der fulgde kort efter hinanden, nødede Vegten til, bestandig at begynde sin Bevægelse paa nye fra Hvilepunktet, d. e. i Almindelighed taget, at synke eensformig og uden uafbrudt Acceleration. Pendulen synes efter sin Natur tienlig dertil. Vi ville beskrive en af de bequemmeste og sædvanligste Methoder, at anbringe den paa et Uhr, hvoraf de øvrige Maader kunne forklares. Saadan en Pendul heder **Perpendikelen**.

### §. 189.

Fig. 76. Et verticalt Hiul $H$ med saugdannede Indsnit (det opstaaende **Stighiul**) er det sidste i det hele Hiulverk, og man seer lettelig af Delenes Forbindelse i Figuren, at det maae løbe omkring, naar en

en Vegt trækker paa Omkredsen af Valtsen *D*. Men Perpendikelen *NO* (som slaaer Secunder) bevæger, ved Hielp af Indretningen *MLK*, i det den griber ind imellem Grenene af en gaffeldannet Tilsætning ved *M*, den engelske Hage *I* frem og tilbage, hvilken altsaa ved ethvert Slag falder ind imellem Tænderne af Stighiulet. Under ethvert Omløb opholdes nu hver Tand især to Gange af Hagen, nemlig saavel i Op- som Nedstigningen, men den giør sig strax igien løs, deels ved Perpendikelens Tilbagegang, deels ved det Tryk, der kommer af Vegten *P*. Da Stighiulet har 30 Tænder, saa faaer det under een Omgang 60 Indgreb, hvoraf det ene følger een Secund efter det andet. Altsaa varer Stighiulets Omløb i 60 Secunder, eller eet Minut. Var der nu paa Stighiulets Axel anbragt en Viser, som paa Uhrets Yderside stak frem fra Midten af en Skive, der var inddeelt i 60 Dele; saa vilde den vise Secunder. Da nu Valtse-Hiulet *C* har 80 Tænder, Drivet *E* 10, Middelhiulet *F* 60, og Stighiulsdrivet 8, saa finder man efter §. 131. Forholden imellem Stighiulets og Valtsehiulets Omløbstal i lige store Tider = 80. 60: 10. 8 = 60: 1, saa at det sidste gaaer eengang omkring, naar det første har gaaet 60 gange omkring, d. e. naar 60 Minuter, eller en Time er forløben. Paa dets Axel kan altsaa Minutviseren anbringes.

Fig. 76. Paa det at Uhret ikke skal indtage alt for stort et Rum, og heller ikke for mange Eiserpladder udfordres, og paa det at Viserne tillige alle kunne dreie sig til høire Side; sætter man paa Hovedaxelen endnu $Q$ med 30 Tænder, som griber ind i Vexelhiulet $P$ med ligesaa mange Tænder. Drivet $R$ med 6 Tænder griber da igien ind i Timehiulet $D$, der har 72 Tænder, hvilket ved Hielp af Roret $V$ omsatter Hovedaxelen saaledes, at det kan bevæge sig for sig alene. Da nu 6. 30: 30. 72 = 1: 12; saa gaaer Hovedhiulet 12 Gange omkring, imedens Timehiulet gior eet Omløb. Paa dets Axel kan altsaa Timeviseren anbringes, naar Skiven, hvorover den bevæger sig, deles i 12 Dele.

Anm. 1. Paa Enden af Perpendikelstangen, hvor den staaer uden for Vegten (hvilken for Luftens Modstands Skyld er skivedannet) indskæres Skruegange, for at kunne, ved at skrue Vegten op og ned, ved Hielp af den bevægelige Møttrik, forrykke Svingens Middelpunkt. Derved kan man deels ved Forsøg paa det nøiagtigste udbringe det rigtige Secundpendul; deels kan det, naar Stangen ved stærk Kulde forkortes, derved noget forlænges, og omvendt ved stærk Hede gjøres kortere. Her vilde det være for vidtløftigt, at beskrive de langt konstigere Indretninger paa astronomiske Uhre, hvor Pendulen efter Omstændigheder forlænger eller forkorter sig selv. Grunden dertil maae vises tydeligere i Physiken.

Anm. 2. Det kan vel ikke være ligegyldigt, hvor megen Vegt man hænger paa. Den maae være stærk nok, for bestandig paa nye at oplive Pendulens Sving. — Den maae være større, naar Valtsens Radius er mindre, og omvendt. Jeg vil kun her anføre den prac-

praktiske Regel: "Vegterne maae, naar Hsiderne, "hvorfra de synke, ere lige store, forholde sig som "Tiderne fra Uhrets ene Optrækning til den anden; "og et Uhr, som gaaer 30 Timer, behsver en Vegt "af 2 Pd.; altsaa et otte Dages Uhr omtrent 13½ "Pd.„ Optrækningen kan skee ved Hielp af en Regel, endskiønt der gives flere Maader.

## §. 190.

Skal et Perpendikeluhr endnu bruges til Maal for andre Tidsperioder, s. Ex. en Maaneds eller et Aars Længde, for Planeternes Omløbstider, o. d. l., saa anbringes der paa Timeaxelen atter et Driv, som griber ind i Hiulet paa Axelen af et andet Driv; det sidste kan da paa samme Maade endnu videre gribe ind i andre Hiul, indtil man forskaffer een eller anden Axel, hvorpaa den til vor Hensigt fornødne Indretning findes, den tilbørlige Omløbstid.

Ex. Maanen gaaer i 27 Dage 7 Timer $43'5''2'''58\frac{1}{2}^{IV}$, d. e. i 27,32158622 Dage igiennem Dyrkredsen. Efter det, som Arithm. §. 47 v. s. er lært om Brøkernes Forvandling, findes ved Tilnærmelse mindre og mere nøiagtig Forholden af Maanens periodiske Omløbstid til en Dag saaledes:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 27,32158622 | | 1 | 0 |
| 1,00000000 | 27 — — | 0 | 1 |
| 32158622 | 3 — — | 1 | 27 |
| 3524134 | 9 — — | 3 | 82 |
| 4414416 | 7 — — | 28 | 765 |
| 434222 | 1 — — | 199 | 5437 |
| 7194 | 60 — — | 227 | 6202 |

Iblant de fundne Brøker er $\frac{765}{28}$, som betyder, at Maanen i 765 Dage gior omtrent 28 Omløb, ikkun $13\frac{3}{7}$ Secunder for liden; derimod feiler $\frac{6202}{227}$ ikkun $1\frac{3}{7}$ Tercer. Imidlertid vilde et Uhr allerede meget godt vise Maanens Løb, som i 765 Dage førde Maanen 28 Gange igiennem Dyrkredsen; i 5 Maaneder behøvede man kun at rykke det eet Minut frem. Lad altsaa den periodiske Maaned være $\frac{765}{28} = 27\frac{9}{28}$ Dage. Da Timehiulet gaaer eengang om i $\frac{1}{2}$ Dag, saa maae det i saadan en Tid giøre $54\frac{18}{28}$ Omløb. Og da $54\frac{18}{28} = \frac{2.765}{28} = \frac{2.5.9.17}{2.2.7.} = \frac{90.68}{8.14}$, saa vil man efter §. 131 opnaae sit Øiemed, naar man paa Timehiulet anbringer et Driv med 14, som griber i et Hiul med 68 Tænder, da saa paa dettes Axel et Driv med 8 driver et Hiul med 90 Tænder, hvilket heder Maanehiulet, fordi Viseren paa dets Axel viser Maanens Løb, paa den liden Feil nær, som forhen blev angiven.

Den synodiske Maaned eller Soelmaaneden er temmelig nøie 29 Dage $12\frac{3}{4}$ Timer (egentlig 12 Tim. 43′44″). Dette er $\frac{2835}{4.24}$ Dage. Altsaa dobbelt saa mange $\frac{2835.2}{4.24} = \frac{2835}{48}$ Omløb maatte Timehiulet giøre under eet Omløb af Maanehiu-

nehiulet. Oplosningen giver $\frac{45.63}{6.8}$ eller $\frac{90.63}{6.16}$, hvoraf man kan tage Drivene og Hiulene; men dette feiler i en Maaned 1′16″.

Aarets Længde ansættes efter de nyeste Jagttagelser til 365 Dage 5 Timer 48′45,5″. Dette udfordrer 730 $\frac{4195,1}{8640}$ Omløb af Timehiulet i et Aar. Nu er 730 $\frac{4195,1}{8640} = \frac{6311395,1}{8640}$, hvor Tælleren ikke vel lader sig oplose i Factorer. Bestemde man nu Drivene til 7, 7, 8, og 2 Hiul f. Ex. efter Behag til 50, 69 Tænder; saa var $\frac{50.69.x}{7.7.8} = \frac{6311395,1}{8640}$, altsaa Tændernes Antal i det 3die Hiul $x = \frac{6311395,1.7.7.8}{8640.50.69} = 83$ næsten. Uhret vil nemlig give $58\frac{38}{49}$ Secunder i Stedet for $45\frac{1}{2}$, d. e. gaae lidet mere end 13 Secunder for langsomt.

## XXV. Om Staalfieres Kraft, og om Lomme-Uhrer.

### §. 191.

Elastisk er et Legeme, naar det ved en udvortes Kraft lader sig bringe i et mindre Rum, eller i det mindste i en anden Beliggenhed, end det af sig selv antager, men saasnart den udvortes Kraft hører op, igien antager sin forrige Udstrækning og Skik-

Skikkelse. Dette er blant andre Egenskaben ved de saa kaldte Fiere af Metal, hvorved fornemmelig tynde og smalle Staalplader forstaaes. De Maskiner, til hvis Bevægelse man anvender dem, ere for det meste saadanne, som have intet andet, eller i det ringeste kun lidet mere at overvinde, end deres egen Inertie, og Frictionen, som reiser sig deraf, at Delene ligge paa hinanden.

En Fiers Bevægelseskraft er, naar den spændes med middelmaadige Kræfter, proportionel med den spændende Kraft. Og jo videre den altsaa har udviklet sig, desto ringere er dens Bestræbelse, til endnu at udvikle sig videre.

## §. 192.

Saadan en Fier er den Kraft, som driver Gangverket i et Lomme-Uhr, hvis brugeligste Indretning er kortelig denne, som man kan vise paa ethvert saadant Uhr. Fieren er med den ene Ende loddet til en cylindrisk Axel, med den anden til den indvendige Overflade af den Cylinder, der omgiver det saa kaldte Fierhuus eller Trumlen. Udvendig være til dette Fierhuus en Kiede giort fast med en Hage, og vi ville sætte, at den er viklet nogle Gange om Fierhuset; men dens anden Ende være giort fast ved den nederste Omkreds (Gevind) af den coniske Spindel eller Snekke; saa vil, naar man dreier den sidste om sin Axel, d. e. optrækker Uhret, Kieden opvikle sig paa Snekken.

Da

Da nu Fierhuset ved denne Operation tillige maae dreie sig, saa vil Fieren rulle sig sammen omkring den cylindriske Axel, og i det den siden, i Følge sin Elasticitet, igien stræber at vikle sig af, vil den ved Hielp af Kieden ogsaa drive Snekken omkring. Jo mere Fieren vikler sig af, jo mindre er vel dens absolute Kraft, men Snekkens Dannelse skal udrette, at den da igien virker i saa stor en Afstand fra Axelen, at de statiske Momenter blive lige store.

Det Hiul, som har fælleds Axel med Snekken, heder Snekkehiulet, og man seer letteelig, hvorledes dette ved Hielp af et Driv bevæger Minuthiulet. Det sidste gaaer eengang om hver Time, og dets Axel bærer Minutviseren. Af dette Hiul drives Middelhiulet, hvilket da videre bevæger Kronhiulet, hvorfra endelig Stighiulet faaer sin Bevægelse, der vexelvis opholdes og saa igien slippes los af Uroen. Paa det at denne Bevægelse kan blive eensformig, er under Uroen Spiralfieren anbragt, hvis vibrerende Deel kan ved en egen Indretning, som findes under Stilskiven, gjøres kortere og længere, naar Uhret skal gaae hurtigere og langsommere.

Man har befundet, at saadan en Uroe er best, som gior imellem 17000 og 18000 Slag i Timen. Lad den s. Ex. giøre 17280. Lad Stighiulet have 15 Tænder, saa har dette 576 Omløb i en Time. Kron- og Middelhiulet have nu 48,

og Minuthiulet 54 Tænder. Driveue indtil Mid-delhiulsdrivet 6 Tænder; saa gaaer Minuthiulet eengang omkring i Timen. Giver man dets Driv 12 Stokke, og Snekkehiulet 48; saa vil saadant et Uhr kunne gaae henved 30 Timer, førend det er udløbet. Sætter man Minutviseren paa Minut-hiulet, og paa dets igiennem Uhrbunden frem-staaende Axel et Driv med 10 Stokke, der griber ind i Vexelhiulet med 40 Tænder, men dette igiem med sit Driv af 12 Stokke i Timehiulet af 36 Tænder, saa kan dette sidste bære Timeviseren, der kommer eengang omkring i 12 Timer.

Jeg overlader det til Læseren selv at over-lægge, hvorledes man kan hermed forbinde et Se-cundverk, eller paa den anden Side et Maaneds- eller Aars-Uhr; og vil heller intet tale om Slag-verket ved Penduluhrer, og Repeteerverket ved Lomme-Uhrer, hvorom man maae eſterlæse egne Afhandlinger, f. Ex. Alexander von Uhren, Forst-mann von Taſchenuhren.

Den

# Den anvendte Mathematik.

## Andet Hovedstykke.

## Hydrostatiken.

### I. Almindelige Lærdomme om Kræfternes Ligevegt ved flydende Masser.

§. 193.

Skal en flydende Materie §. 13. være lige det Modsatte til den faste; saa maae deri ingen Deel kunne angives, der er fast, det er, hvis endnu mindre Dele hænge sammen med en kiendelig Kraft.

Till. 1. Deraf følger strax, at, om een eller nogle Dele af det flydende Legeme stødes af en Kraft, saa kunne de bevæge sig for sig selv, uden at den øvrige Masse, hvortil de hørde, sættes i Bevægelse.

Till. 2. Det er ogsaa aabenbart, at to lige store Kræfter, som trykke imod to Elementer af et flydende Legeme, saaledes at Directionerne af deres Tryk gaae igiennem en lige Linie imellem begge Elementerne, ingenlunde ville holde hinanden i Ligevegt, som det vilde skee ved et fast Legeme. Saalænge ingen Ting hindrer Mellemdelene,

lene, ville de vige af Veien, i det hver Kraft især driver det Element, hvorpaa den umiddelbar virker, ind imellem dem.

Till. 3. De flydende Legemers Hovedegenskab bestaaer altsaa deri, at deres Bestræbelse efter at bevæge sig yttrer sig lige stærkt i alle Directioner, saasnart der er nogen Anledning til Bevægelse.

§. 194.

Naar en flydende Materie vel stræber til alle Sider at undvige Trykket, men dog i sig selv ikke lader sig trykke sammen i et snevrere Rum; saa er den uelastisk §. 191. Saadan en ville vi herefter have forstaaet ved Ordet Vand, fordi Vandet virkelig er, om ikke ganske uelastisk, saa dog ikke elastisk i nogen betydelig Grad; og Hydrostatik er den Videnskab om de Kræfters Ligevegt, der virke paa Vandet.

Uagtet ethvert i Naturen bekiendt flydende Legeme tillige er tungt; saa ville vi dog for det første forestille os Vand uden Tyngde, for at see, hvad der blot i Følge dets flydende Egenskab vilde skee, naar Kræfter i saadan en Tilstand virkede paa det. Thi da Vandets Tyngde selv er en Kraft, som virker paa det, saa vil man siden desto tydeligere see, hvad for Virkninger denne specielle Kraft maae have.

§. 195.

## §. 195.

Hovedgrundsætning. I det cylindriske Rør $FEDC$, som er tillukt ved $DC$, være Vand; $FEBA$ være et Dække eller Laag, der passer nøie. Trykkes dette med nogen Kraft i Directionen $MN$; saa maae Vandet, som ingensteds kan vige af Veien, trykke med en Kraft, der er lige fordeelt overalt, paa ethvert Element af $AB$, $DC$, $BD$ og $AC$, f. Ex. paa $G$ og $H$. Trykket paa $DC$, $BD$ og $AC$ kan man kalde en meddeelt eller forplantet Kraft, som hidledes fra den oprindelige, der trykker paa $AB$. Thi da Sidernes Modstand er saa stor, at Vandet ikke kan vige ud, saa maae det dog, i Følge sin flydende Egenskab, yttre en lige stor Bestræbelse efter at vige ud paa alle Punkter af samme, hvoraf et saadant lige fordeelt Tryk er begribeligt. At Røret selv ikke skal vige, maae det være skruet fast ved $Q$. Fig. 77.

## §. 196.

Jo større en Deel af Sidefladerne er, hvorpaa Vandet trykker, desto flere Elementardele af Vandet trykke under den foregaaende §s. Omstændigheder derimod, og derfor forholder det samtlige Tryk, som hidrører fra alle saadanne Elementardele, sig som Størrelsen af de Flader, hvorpaa de trykke, saafremt disse Flader ere Planer. Den samme Sætning passer og paa et Stykke af en

krum Flade, der er saa lidet, at Krummingen ikke bliver kiendelig.

Fig. 78. Till. Naar Roret er dannet, som Fig. 78, og det oprindelige Tryk paa $AB$ er $= P$; saa er det fortplantede paa $DC = \frac{DC}{AB} P$. Om altsaa $DIKC$ ogsaa var en bevægelig Bund, saa maatte den trykkes i modsat Direction med en Kraft $\frac{DC}{AB} P$, om Ligevegten skulde vedblive. For Resten bliver Trykket paa Vandet derved ikke større, end om der kun paa eet Sted virkede saadan en Kraft paa det ellers overalt tilsluttede Kar. Man seer letteligt, hvorledes disse Slutninger lade sig udvide til Kar, af hvad Dannelse de endog ere, og under hvad for Omstændigheder Ligevegten maae hæves, og Vandet flyde ud.

Jeg igientager det, at der hidindtil kun endnu er talet om Vand uden al Tyngde; nu ville vi betragte det saaledes, som det virkelig er, nemlig med den Vegt, som det saaer af den almindelige Tyngde.

## §. 197.

Som en Erfaring antage vi, at $\gamma$ ℔, som Vegten paa en Cubiefod Vand efter §. 14. er funden. F. Ex. i Rhinlandsk eller Dansk Maal til 62 ℔ dansk Vegt, saa at Duodec. Cubictommen holder 1,14 Lod, og Decimal-Cubictommen 1,98 Lod.

§. 198.

§. 198.

Naar der staaer Vand i et ret lodret staaen- Fig.
de cylindrisk eller prismatisk Kar $ABCD$; saa 79.
er der vel ingen Tvivl om, at jo Bunden da tryk-
kes af Vandets hele Vegt; thi Trykket af enhver
Række Vanddraaber, der gaaer parallel med $CD$,
fortplanter sig indtil $AB$, og deres samtlige Vegt
er $\gamma . AC . AB$, naar $AB$ er Grundfladen, og $AC$
Vandets Høide i Karret. Denne Størrelse $AC$
kalder man Trykkets Høide, og pleier ved et-
hvert Tryk af et flydende Legeme paa en Flade at
søge denne Trykkets Høide, d. e. Høiden af en
Vandstøtte, der vilde, ifald den stod som et lodret
Prisma paa Fladen, udøve det samme Tryk.
Dersom der altsaa ligesom i §. 196. ogsaa trykkede
en Kraft af 1000 ℔ paa $AB$, og $AB$ var 1
Quadratfod, men $CD = 2$ Quadratfod; saa tryk-
te 2000 ℔ paa denne sidste. Men $\frac{2000}{62} =$
32,258 Cubicfod Vand. Høiden af saadan en
paa en Flade af 2 Quadratfod staaende Støtte er
16,129 Fod; dette er Trykkets Høide.

§. 199.

Paa den plane horizontale Bund $AB$ Fig.
af et Kar $ABCD$, hvad Dannelse det endog 80.
har, hvori der staaer Vand i Høiden $EF$,
trykker Vandet med en Kraft, der er lige stor
med Vegten af en Vandstøtte, hvis Grund-

Fig. 80. flade er saa stor som Bunden $AB$, og Vandets lodrette Høide $EF$ i Karret.

Bev. Drager man $GH$, $IK$ o. s. v. parallel med $CD$ og $AB$, saa fremkommer der af enhver Række Vanddraaber imellem $DC$ og $GH$ et fortplantet Tryk paa $GH$ §. 193, der bliver saa meget desto stærkere, jo flere horizontale Rækker Vanddraaber der ligge imellem $DC$ og $GH$, d. e. jo større Høiden $EL$ er. Paa den horizontale Udstrækning af enhver Række især kommer det her ikke an. Thi naar denne ved den første Række er lige stor med Linien $CD$, og det hele Tryk er $P$, saa er Trykket paa Giennemsnittet $GH = \frac{GH}{CD} P$. §. 196. Till. Thi ved den liden Diameter, som en Vanddraabe har, kan man endnu sætte det Giennemsnit, hvorpaa det oprindelige Tryk virker, lige stort med $CD$. Ved ethvert andet Giennemsnit $IK$ vil altsaa Trykket være i sammensat Forhold af Giennemsnittet $IK$ og Høiden $EM$, d. e. det vil findes ved Productet $EM. IK$. Altsaa maae ogsaa Trykket paa Bunden være $= EF. AB$, og i Pundvegt $= \gamma. EF. AB$, Dannelsen af Karret maae være, hvordan den vil. Trykkets Høide er altsaa her Vandets lodrette Høide over den horizontale Bund.

Anm. Skarpere Beviser finder man f. Ex. i Karstens Anfangsgr. Hydrost. I. og II. Afsnit.

§. 200.

De flydende Legemers Hovedegenskab §. 193. Till. 3. fører ogsaa dette med sig, at der paa saadanne Dele af Karrets Omkreds som $P$, maae fremkomme et Sidetryk, paa andre som $N$ et Tryk op efter, hvilke i dette Tilfælde, da Vandets Tyngde i Karret er Grunden dertil, ligeledes maae forholde sig som Vandets lodrette Høider over $N$ og $P$.

Till. 1. Var altsaa f. Ex. Karret Fig. 81. fyldt med Vand indtil $A$, og $DC$ horizontal (*DCFE* kan forestille det verticale Giennemsnit af et ret Prisma eller Cylinder); saa være $AB = a$; den Flade, hvoraf $DC$ er Giennemsnittet, $= b$; og det hele Tryk paa $b$ er $\gamma ab$. Trykkets Høide er $a$ efter §. 199 og 198. Fig. 81.

Till. 2. Man seer heraf, hvor stærkt Trykket kan blive paa Bundene $EF$ og $DC$, endskiønt det smalle, men høie Rør $AB$ ikkun indeholder lidet Vand, og hvor stor Fare Karret staaer for at sprenges i Stykker, naar det ikke er stærkt nok bevaret mod saadant et Tryk, o. s. v.

Till. 3. I det Vandet stemmer imod $CD$ med den Kraft $\gamma ab$, saa er for Modvirkningens Skyld Sagen at ansee saaledes, som om Fladen $CD$ udholdt et ligesaa stort Tryk, hvilket nu fortplantes paa $EF$. Dette oplyser den 199 §§h.

Till. 4. Uagtet alle disse Tryk, ned efter, op efter, og til Siderne, har dog den, der vilde

løste eller bære saadanne Kar, som Fig. 80 og 81, foruden Karrenes egen Vegt, ikke større Last at overvinde, end hvad det Vand, der indeholdes i dem, vilde veie, om det fyldtes i en ret Cylinder eller Parallelepipedum. Thi Sidetrykkene ophæve hinanden ganske, som man lettelig indseer, og
Fig. 81. da f. Ex., naar man sætter $AG = c$, Fig. 81, og $EF = e$, Trykket $\gamma ce$ virker ned ad paa $EF$, saa virker $\gamma ab$ op efter imod Tyngdens Direction. Nu er egentlig $b = DC - BH = e - f$, og $a = AG - BG = c - b$ (naar $BH$ sættes $= f$, og $BG = b$), altsaa er den Last, der skal overvindes $= \gamma ce - \gamma ab = \gamma ce - \gamma (c - b)(e - f) = \gamma cf + \gamma b(e - f) = \gamma cf + \gamma bb$. Men dette er $= \gamma . AG . GK + \gamma . BG (DC - BH)$, altsaa netop Vandets Mængde i Karret. Dette lader sig ogsaa anvende paa andre Tilfælde, naar man kun behørig opløser den Kraft, der virker paa ethvert Punkt af Omkredsen, i Sidekræfter.

## §. 201.

Fig. 82. Naar tungt Vand skal staae stille i et Kar, saa maae dets Overflade (Vandfladen) være horizontal.

Bev. Var Overfladen af den Dannelse som $GEKFH$, saa udholdt f. Ex. et Element i $F$ et stærkere Tryk, end et Element i $K$ §. 200; altsaa kunde der ingen Ligevegt være, førend alle Elementer af Overfladen udholdt lige stort eller

slet

flet intet Tryk, d. e. førend Overfladen er horizontal, eller alle dens Elementer ligge lige høit.

§. 202.

Naar det store Prisma Fig. 83. er fyldt med Vand indtil $BC$, saa fremkommer der et Sidetryk paa $BDCE$. Vilde man bestemme Høiden af dette Tryk i samme Forstand som §. 198; saa indseer man let, at denne Høide ikke kan være den samme som $FG$, Vandets Høide i Karret. Thi denne Høide tilkommer alene det Tryk, som virker paa de Elementer, der ligge langs med $DE$ i Karret. Andre Punkter, saasom $K$, udholde kun det Tryk, som frembringes af Høiden $FK$, og i Almindelighed trykkes Sidefladernes Dele saa meget desto stærkere, jo dybere de ligge under Vandfladen; og saa meget desto mindre, jo nærmere de ligge denne Flade. Skal nu dog det hele Tryk paa saadan en Sideflade; den maae for Resten være vertical eller inclineret, eller have hvad for en Figur den vil, udtrykkes ved Vegten af en Vandstøtte, hvis Grundflade er saa stor som Sidefladen; saa bliver dens Høide altid en Middelhøide imellem o og $FG$, hvilken ved den verticale Rectangel meget snart falder i Øinene. Fig. 83.

§. 203.

Opg. Sidefladen af et Kar fuldt af Vand være et Parallelogram; man skal bestemme

Fig. 83. stemme Trykkets Høide i samme Forstand som §. 198.

Opl. 1. Tager man først $BCED$ vertical, og betragter Trykket paa den lodrette Linie $FG$; saa er paa $G$ dets Høide $GL$, paa $K$ er den $KM$; Summen af alle Tryk paa $FG$ udtrykkes altsaa ved Triangelen $FGL$, naar $GL$ er $= FG$. Da nu det samme gielder for ethvert lodret Giennemsnit af Fladen $BCED$; saa kan det hele Tryk forestilles ved Summen af alle saadanne retvinklede Triangler, som $FGL$, der kunne staae paa Fladen $DC$. Tager man i Stedet for Trianglerne meget tynde Skiver; saa er det hele Tryk lige stort med det treſidede Prisma, hvis Grundflade $BDN$ er $= FGL$, og hvis Høide $DE$ er lige stor med Sidefladens Brede. Lad $FG$ være $= a$, og $DE = b$; saa er dette Prisma $= \frac{1}{2}a.ab$. Da $ab$ er Fladeindholden af Siden $BDEC$, og $\frac{1}{2}a$ Dybden af dens Tyngdepunkt under Vandfladen; saa er denne Dybde Trykkets Høide i samme Forstand som §. 198.

* Opl. 2. En almindeligere Oplosning giver det Uendeliges Regning. $FK$ være $= x$, $Kp = dx = ln = mo$; saa er Trykket paa $limon = x\,sin\Phi\,bdx$, naar $\Phi$ er Sidens Bøiningsvinkel
Fig. 84. mod Horizonten, som Fig. 84; $b = lm = DE$. Det hele Tryk paa Siden $DC$ er altsaa $sin\Phi\,bxdx = \frac{1}{2}sin\Phi\,bx^2$; eller dersom $x$ er $= a$; saa er

bet $\frac{1}{2} sin\Phi ba^2 = \frac{1}{2} a sin\Phi . ab$; hvor atter den første Factor $\frac{1}{2} a sin\Phi$ er Tyngdepunktets lodrette Dybde under Vandet, hvilken naar $DC$ er vertical, altsaa $sin\Phi = 1$, bliver som forhen $\frac{1}{2}a$.

Till. 1. Det vilde ikke være vanskeligt, endskiønt vidtløftigt, naar Sidefladernes Indhold lader sig bestemme ved en Function, i ethvert Tilfælde at bevise, og følgelig ved Induction at bestemme som en almindelig Regel:

Trykkets Høide paa Sidefladen af et Vandkar er lige stor med dens Tyngdepunkts lodrette Dybde under Vandfladen.

Og det hele Tryk findes, naar man multiplicerer denne Høide med Sidens Fladeindhold.

Det Hele kan altsaa henføres til de mechaniske Opgaver, at finde Tyngdepunktet §. 35, og de geometriske, at finde Fladers Indhold §. 170 ff. 178 ff. 257 ff. Geom. F. Ex. Trykkets Høide paa Siden af det 3 sidede Prisma Fig. 85 er $\frac{1}{3}a$, naar $FG$ er $= a$, og det hele Tryk i Pund, naar det er fyldt med Regnvand, er $= \gamma . \frac{1}{3}a . \frac{1}{2}a . b . = \frac{1}{6}\gamma a^2 b$, naar $AB$ er $= b$, og $FG$ lodret paa $AB$. Fig. 85.

Till. 2. Endog naar Vandet stod til $BC$, og man vilde alene vide Trykket paa $noED$ (det kunde f. Ex. være et Stiebord); saa finder man det, naar man sætter Trykkets Høide $Fq = c$, dersom $q$ er Tyngdepunktet af $noED$. Thi det hele Tryk er $\frac{1}{2}FG^2 . DE - \frac{1}{2}Fp^2 . DE = \frac{1}{2}$ Fig. 83.

$(FG^2 - Fp^2)\,DE = \frac{1}{2}(FG+Fp)(FG-Fp)$: $DE = \frac{1}{2}(FG+Fp).pG.DE$. Nu er $pG.DE$ = Indholdet af $noED$, og $\frac{1}{2}FG+\frac{1}{2}Fp = \frac{1}{2}Fp+\frac{1}{2}pG+\frac{1}{2}Fp = Fp+\frac{1}{2}pG = Fq$; hvilket er den lodrette Dybde af Tyngdepunktet $q$ under Vandfladen.

Till. 3. Man seer lettelig, hvorledes dette kan tiene til, at bestemme Vandets Sidetryk paa Bolværkerne ved Sluser og Canaler, paa Slusesporte og Stiebord, paa Siderne af Dæmninger og Diger.

Till. 4. I alle saadanne Tilfælde, hvor der til det Tryk, der fremkommer af Vandets Tyngde, endnu kommer en anden Kraft, maae man bestemme denne i Pundvegt, og efter §. 198 søge den heraf udkommende Trykkets Høide paa den foregivne Flade, hvilken da endnu adderes til Vandtrykkets Høide.

## §. 204.

Dersom $K$ er Tyngdepunktet af $BCED$, hvilket vi her forestille os som et løst dog nøie indpassende Bræt; saa er dog Vandets Tryk derpaa virkelig ikke saaledes fordeelt, at man kunde antage ligesaa meget af Trykket oven over $lm$, en Horizontallinie igiennem $K$, som neden under $lm$. Meget mere er Trykket stærkere paa $lmED$, end paa $lmCB$. Sæt, hele Trykket er 1000 ℔ efter §. 203; saa ville altsaa 1000 ℔ i Directionen

$MK$

$MK$ dog ikke frembringe Ligevegt; men Brættet vil skydes ud neden under $lm$. Dette giver i slige Tilfælde Anledning til det Spørsmaal, at finde det Punkt, hvor en Kraft maae anbringes, der er lige stor med Vandets hele Tryk paa en Sideflade, for at frembringe Ligevegt; det er: man skal finde Vandtrykkets Middelpunkt.

Den høiere Mechanik lærer denne Opløsning, og viser, at det er det samme som Stødets eller Svingets Middelpunkt. F. Ex. ved et vertikalt Parallelogram, som Fig. 83, maae Trykkets Middelpunkt antages paa Verticallinien $FG$, og det $\frac{2}{3}FG$ neden under $F$; og ved en vertical Cirkel, der oventil berører Vandfladen, ligger det $\frac{5}{8}$ af Diameteren under Vandet. I Bygningskunsten tiene disse Betragtninger, til at bestemme Tykkelsen af Mure og Dæmninger imod Vandet.

## §. 205.

Naar Kar eller Rør, saasom $ABCD$ og $DFGH$, have Forbindelse med hinanden, saa maae, i Tilfælde af Ligevegt, Vandfladerne, som $AB$ og $HG$, ligge i een og samme Horizontalplan, Karrene og Rørene maae i Dannelse og Vidde være nok saa forskiellige fra hinanden. Fig. 86.

Bev. Ethvert Sted under Vandet, saasom $D$, hvor Vandet kan træde over af det ene Rør i det andet, er udsat for et Sidetryk fra begge Sider,

Sider, hvilket i Tilfælde af Ligevegt maae være lige stærkt. Men ikkun da er det lige stærkt, naar Trykkets Høide paa begge Sider er lige stor. Drager man altsaa igiennem $D$ Horizontallinien $CF$, saa maae $AK$ være $= GL$, d. e. $AB$ og $HG$ maae være i een og samme Horizontalplan. Rørenes Dannelse og Vidde kommer, som man seer, her ikke i Betragtning.

Till. 1. Altsaa kan f. Ex. $HGFD$ have en Tomme, og $ABDC$ 1000 Fod i Diameter, og Vandet staaer dog lige høit i dem begge, hvis der er Ligevegt.

Fig. 87. Till. 2. Stod der altsaa Fig. 87 Vand paa den ene Side af de forbundne Rør indtil $AB$, paa den anden indtil $F$, saa vilde der være Ligevegt. Tillukkede man nu $AB$ med et Laag, og fyldte det smalle Rør indtil $G$; saa vilde Laaget udstaae et Tryk op efter, der i Pund var $= \gamma . FG . AB$. Thi for at faae $FG$ til at stáae til den Høide $G$, maatte, naar Laaget blev borttaget, og et ret cylindrisk Rør $HIBA = IB . AB = FG . AB$ sat oven paa, dette Rør fyldes med Vand indtil $HI$. Dette forklarer Forsøget med den saa kaldte anatomiske Hevert, og lærer, hvor forsigtig man i Vandbygningen maae befæste alt det, der er udsat for den saakaldte Underskyllelse.

§. 206.

§. 206.

I sammenhængende Kar eller Rør, Fig. *ABC*, *CDE*, ere to flydende Materier af 88. forskiellig specifisk Tyngde, der ikke blande sig med hinanden, f. Ex. Qvægsølv og Vand, i Ligevegt med hinanden: da ere deres lodrette Høider over den horizontale Plan *BF*, hvori de berøre hinanden, omvendt som deres specifiske Tyngder.

Bev. Dersom *BF* og *GH* ligge i een og samme Plan, saa er den flydende Materie i Rummet *FBCHG* for sig i Ligevegt. Det Tryk, som fremkommer af det flydende Legeme i *ABF* paa *BF*, fortplanter sig paa *GH*, saa at *GH*, ifald dette flydende Legems specifiske Tyngde er *g*, har et op efter gaaende Tryk at udholde deraf $= g. AB. GH$. Af det andet flydende Legeme i *EH*, hvis specifiske Tyngde er $= G$, trykkes *GH* med den Kraft $G. DH. GH$, og i Tilfælde af Ligevegt er $g. AB. GH = G. DH. GH$, d. e. $g. AB. = G. DH$, eller $g : G = DH : AB$.

Anm. Dersom her ikke, formedelst Glassets tiltrækkende Kraft, forekom Vanskeligheder, i nøie at iagttage Vandets Høide; saa var det et Middel til, at bestemme forskiellige flydende Legemers specifiske Tyngde, endog saadannes, der blande sig ued hinanden, da man kun behøvede, imellem de to, man vilde sammenligne, at bringe saadant et flydende Legeme, der ikke blandede sig med nogen af dem, saasom Qvægsølv.

## II. Om faste Legemers Ligevegt med flydende.

### §. 207.

Naar man holder et fast Legeme af det Slags, som synker i Vand, ved en Traad; saa vil det, naar man holder det i den frie Luft, udfordre langt større Kraft til at holdes, end naar man holder det ved samme Traad, efterat det er nedsænket i Vandet. (Dette bliver tet kiendeligt, naar Legemet er temmelig stort, og ikke just af det tungeste Slags, f. Ex. af Ebenholt). Man siger da, Legemet har tabt en Deel af sin Vegt i Vandet; dette vil ikke sige andet, end Vandet bærer nu en Deel af Byrden, og vor Haand behøver kun endnu at understøtte Resten. Nu skal i alle Tilfælde Størrelsen af dette Tab i Vandet bestemmes, eller Størrelsen af den Deel af det faste Legems Vegt, som bæres af Vandet.

### §. 208.

Fig. 89. Af et fast Legeme *ABCD*, der paa den beskrevne Maade er nedsænket i Vand, bærer Vandet netop saa meget, som det Vand vilde veie, der udfyldte et Rum saa stort, som det faste Legeme er.

Bev. Forestiller man sig, at Rummet *ABCD* var i Stedet for det faste Legeme fyldt med Vand, saa vilde her en fuldkommen Ligevegt finde

finde Sted, da det Vand, som findes rundt omkring *ABCD*, vilde med ligesaa stor Kraft, som Vandet i *ABCD* anvender, for at synke ned efter, eller for at udbrede sig til Siderne, holde det tilbage inden sine Grændser. Sidetrykkene ophæve hinanden; men Trykket neden fra vilde netop være saa meget større end Trykket oven fra, som Vegten af Vandet i *ABCD* beløber sig. Tager man nu med eet Vandet ud af *ABCD*, og sætter i Stedet derfor det ligedannede faste Legeme; saa kan dog derved Vandets Virkning ikke forandres, altsaa maae Vandet og endnu virke imod det med samme Kraft, som den, med hvilken det forhen opholdt det eensartede Legeme, d. e., det maae stræbe at opholde det faste Legeme med saa stor en Kraft, eller at bære saa meget af det, som Vegten af et ligesaa rummeligt Vandlegeme beløber sig.

Till. 1. Heraf indsees den sande Mening af de Udtryk: Vand er ikke tungt i Vand, og et Legeme taber i Vand saa meget af sin Vegt, som det Vand vilde veie, hvilket det har drevet ud af sin Plads; saa at vi i det Følgende, uden at misforstaaes, kunne udtrykke os saaledes.

Till. 2. Jo mindre altsaa en med det nedsænkede faste Legeme lige stor Mængde Vand (eller i Almindelighed fluidum) veier, desto mindre er dette Tab, naar det faste Legeme bliver det samme.

§. 209.

Et fast Legeme, der har en mindre specifisk Tyngde, end det flydende, hvori man paa foranforte Maade vil nedsænke det, vil kun synke ned med en Deel, og det kun saa vidt, indtil saa stor en Mængde Vand, som den nedsænkede Deel, veier ligesaa meget, som det hele faste Legeme.

Fig. 89. Bev. Dersom Legemet er nedsænket indtil *EF*; saa vil Vandet bære saa meget af dets Vegt, som det Vand vilde veie, der indtog Rummet *EFCB*. Sæt nu, dette Vand veiede saa meget, som hele Legemet *ABCD*, saa bæres hele Legemet, naar det er synket indtil *EF*, af Vandet, det er, det synker ikke dybere.

Man siger under disse Omstændigheder, Legemet svømmer paa Vandet.

Till. Jo større nu det flydende Legems specifiske Tyngde er, jo mindre vil under disse Omstændigheder synke ned af det faste Legeme; men desto mere, jo mindre det flydende Legems specifiske Tyngde er. Dette erfare allerede Skibsfolk, naar de gaae op fra Søen i Floderne.

§. 210.

1) Naar et Legeme har større specifisk Tyngde, end det flydende, hvori det nedsænkes, saa falder det deri til Bunds med en Kraft $p-m$, naar $p$ er dets egen Vegt, og $m$ Vegten af en ligesaa stor

ſtor Mængde Vand. Man kan betragte det, ſom om ikke den ſædvanlige Tyngdekraft, men en Kraft, der var formindſket i Forholden $p: p-m$, virkede paa det.

2) Omvendt drives et Legeme af mindre ſpecifiſk Tyngde end det flydende Legeme, hvori det ved een eller anden Magt er nedſænket, op efter med den Kraft $m-p$, indtil det kommer i den Tilſtand, ſom i foregaaende §. Thi den Kraft, hvormed Legemet ſtræber at ſynke, er lige ſtor med dets egen Vegt $p$; den Kraft, hvormed Vandet preſſer imod, er ſaa ſtor ſom Vegten af en med Legemet lige ſtor Mængde Vand $m$; den ſidſte er ſtørſt, altſaa viger Legemet i opadgaaende Direction med den Kraft $m-p$.

Till. Det er klart, at diſſe Udtryk, $p-m$, og $m-p$, ogſaa tilkiendegive den Kraft, ſom man maatte anvende, for at holde et tungt Legeme, der var nedſænket i Vand, at det ikke ſkulde ſynke dybere, og omvendt et lettere, at det ikke ſkulde fare op efter.

## III. Underſøgelſe af Legemernes ſpecifiſke Tyngde ved den hydroſtatiſke Vegt.

### §. 211.

En hydroſtatiſk Vegt er fornemmelig kun deri forſkiellig fra den ſædvanlige Vegt, at en liden Tyngde, f. Ex. $\frac{1}{2}$ Gran, eller endnu mindre

allerede giver et kiendeligt Udslag paa dem, hvilket kan opnaaes ved den ovenfor §. 44. beskrevne Indretning. Desuden pleie ved Brugen Vegtskaaler som smaae Tallerkener at paahænges, og neden under disse kunne atter sædvanlige Vegtskaaler ophænges ved en Hage, eller og de Legemer, der skulle afveies i Vandet, o. s. v. ved et Hestehaar, fordi dette ikke trækker Vand.

## §. 212.

Opg. At finde Vegten af en Vands-Cubus, f. Ex. af en Cubictomme Vand, eller at finde Vandets specifiske Tyngde (§. 12.) ved Hielp af den hydrostatiske Vegt.

Opl. Man ophænge en mueligst nøiagtig Cubictomme (af et ikke alt for tungt Metal) ved et Hestehaar neden under den ene Tallerken paa Vegten; under den anden Tallerken paahænges en Vegtskaal, betynget med saa mange Unzer, Drachmer og Gran, indtil der er Ligevegt. Nedsænker man nu Tærningen i Vandet; saa taber den saa meget af sin Vegt i den frie Luft, som en Cubictomme Vand veier. Borttager man altsaa saa megen Vegt af Vegtskaalen, eller hvilket er beqvemmere ved Grannene, lægger saa megen Vegt til paa den Tallerken, hvorpaa Metallet hænger, indtil der atter fremkommer en Ligevegt, saa tilkiendegiver denne borttagne eller tillagte Vegt, Vegten af en Cubictomme Vand.

I Naturlæren vises Grunde, hvorfor denne Vegt, efter som Barometret og Thermometret staae i forskiellig Høide, kan blive noget forskiellig. Da man er bleven enig om, at antage Vandets søregne Vegt som Enheden, og derefter at bestemme denne Størrelse ved de øvrige Legemer; saa maae man ogsaa giøre Fundamentalforsøget med mueligst ensartet Vand, helst med destilleret Regnvand. Af saadant have de omhyggeligste Forsøg fundet den rhinlandske Cubictomme af 294 Apothekergrans Tyngde; dette giver $88\frac{1}{2}$ Apothekerpund, eller $67\frac{1}{2}$ colnske ℔ for den rhinlandske Cubicfod reent Vand. Efter Forordning af 10de Jan. 1698 skal det danske ℔ indrettes saaledes, at en Cubicfod ferskt Vand eller 32 Potter, skal veie 62 ℔. Saaledes lader altsaa ethvert Vandlegeme, der udtrykkes i Cubicmaal sig bestemme efter sin Vegt.

## §. 213.

Af det foregaaende er det klart, at saasnart man veed, hvad et flydende eller fast Legeme, af hvad Art eller Figur det endog er, veier i den frie Luft, og hvad en ligesaa stor Mængde reent Vand veier; saa kan Forholden bestemmes imellem dette Legems og det rene Vands specifiske Tyngde, naar man sætter det sidste = 1. Lad f. Ex. 1324 Gram være Vegten af et paredannet Glaslegeme, eller af en Glasperle, saaledes som de pleie at være

ved Apparatet af de hydrostatiske Vegter; og man finder, at et Vandlegeme af lige Størrelse veier 553 Gran; saa er 553: 1324 = 1: 2,394. Et Tal, som det sidst fundne, der angiver Forholdet af et Legems specifiske Tyngde til Vandets søregne Tyngde, skal i det følgende virkelig hede Legemets specifiske Tyngde. Altsaa var Glassets specifiske Tyngde = 2,394. Multiplicert med 62, angav det Vegten i danske ℔ af en Cubicfod Glas, o. s. f.

## §. 214.

Opg. Ved den hydrostatiske Vegt at finde den specifiske Tyngde (§. 213.) af et flydende Legeme, af hvad Slags det end er.

Opl. Naar man eengang for alle har søgt Tabet $P$ af en Glasperle i reent Vand; saa søge man ogsaa dette Tab i det flydende Legeme, der skal prøves. Dette sidste være = $p$; saa er $\frac{p}{P}$ den søgte specifiske Tyngde af det flydende Legeme. F. Ex. naar $P$ er = 553, og Tabet i Koemelk = 570, saa er Koemelkens specifiske Tyngde = 1,030.

Bev. Den geometriske Størrelse af Glasperlen, af Vandet, som veier $P$, og af det andet flydende Legeme, som veier $p$, ere lige store. Thi Glasperlens Tab i de flydende Legemer er lige stor

med

med Vegten af ligesaa store flydende Legemer. Altsaa $P:p=1:x$, d. e. $x=\frac{p}{P}$.

## §. 215.

Opg. At finde et fast Legems særegne Tyngde ved Vegten, naar den er større end Vandets specifiske Tyngde.

Opl. 1. Man veie det i fri Luft; dets Vegt være $\pi$. Man søge dets Tab i Vand, som §. 212. ved Cubictommen af Metal; dette Tab være $p$; saa er $\frac{\pi}{p}$ Legemets særegne Tyngde. Beviset falder i Øinene. Et Exempel giver §. 213.

Opl. 2. Naar man blandt det hydrostatiske Apparat har et Glaskar, som kan hænges op under Tallerkenen, saa søge man først det faste Legems, f. Ex. et Guldstykkes Vegt $\Pi$ nøie i den frie Luft; derpaa sætte man det under Vand nedsænkede Glaskar i Ligevegt paa Vegtskaalen. Man kaster derpaa Guldstykket i Karret, og efterat alting igien er sænket ned under Vandet, lægge man igien saa megen Vegt $P$ paa den anden Side, indtil der fremkommer Ligevegt; saa er $\Pi-P$ Guldstykkets Tab i Vandet. Altsaa er den specifiske Tyngde $=\frac{\Pi}{\Pi-P}$. Man seer letteligt, at saadant et Glaskar ogsaa kan tiene til, at

finde den specifiske Tyngde af saadanne Pulvere, der synke i Vand.

## §. 216.

**Opg.** At finde et fast Legems specifiske Tyngde ved Vegten, naar det er specifiske lettere end Vandet.

**Opl.** Man veier det i fri Luft, og finder dets Vegt $= p$. Man sætter Glaskarret, eftersom det er forsynet med et nedsænket Metal-Laag, i Ligevegt under Vand. Man bringer herpaa det lette Legeme i Glaskarret, og tilslutter det med Mennet, saa vil Karret drives op efter med den Kraft $m - p$ §. 210. 2, naar $m$ er Vegten af en ligesaa stor Mængde Vand. Naar man nu paa Tallerkenen over Karret lægger saa megen Vegt $\pi$, indtil der igien fremkommer Ligevegt, saa maae $\pi$ være $= m - p$, altsaa $m = \pi + p$. Følgelig et Legemets specifiske Tyngde $= \frac{p}{p+\pi}$. F. Ex. Ved Grannetræe finde man $p = 125$; $\pi = 292$; saa er $\frac{p}{p+\pi} = \frac{125}{417} = 0{,}300$ Grannetræets specifiske Tyngde.

Men i Almindelighed maae man mærke, at man ved saadanne Legemer, som let trække Vand, saasom de fleste Træearter, giør bedre i, at udskære sig mueligst noiagtige Terninger deraf; man kan da sam-

ſammenligne Vegten af en Cubictomme deraf med en Cubictomme Vands Vegt.

§. 217.

Opg. At finde ved Vegten den ſpecifiſke Tyngde af ſaadanne Materier, der ſmelte i Vandet.

Opl. Da Salter ikke oploſes i den ſtærkeſte Alkohol eller Terpentinolie, ſaa tager man diſſe flydende Legemer, hvis ſpecifiſke Tyngde forhen er bleven fundet efter §. 214, i Stedet for Vandet. Nu være Legemets Vegt i Luften $= p$, dets Tab i Alkohol eller Terpentinolie $t$; den ſidſtes ſpecifiſke Tyngde være $n$; ſaa er den ſogte ſpecifiſke Tyngde $= \frac{np}{t}$. Thi aabenbar er $t$ (Legemets Tab i Terpentinolien) : $p$ (Legemets Vegt i Luften) $= n$ (Terpentinoliens ſpecif. Tyngde) : $x$ (den ſogte ſpecif. Tyngde af Legemet). Altſaa $x = \frac{np}{t}$.

§. 218.

Nu ſee vi tydelig, hvad Tallene i den følgende Tabel betyde, og hvorledes de kunne findes. De fleſte Beſtemmelſer ere af Muſchenbroeks Introd. in Phil. nat.

# Faste Legemers specifiske Tyngde.

| | |
|---|---|
| Agat | 2,628 |
| Alabaster | 1,872 |
| Allun | 1,714 |
| Arsenik, rød | 3,223 |
| gul | 3,313 |
| Konge | 8,308 |
| Beeg | 1,150 |
| Bernsteen | 1,065 |
| Biergkrystal | 2,650 |
| Blye, reent tydsk | 11,445 |
| Borax | 1,720 |
| Diamant, hvid ind. | 3,517 |
| brasilisk | 3,518 |
| ostind. blaalig | 3,512 |
| Elfenbeen | 1,825 |
| Flintsteen | 2,542 |
| Glas, flint engelsk | 3,150 |
| alm. grønt | 2,620 |
| venedisk | 1,591 |
| Guld, fineste | 19,640 |
| guineisk | 18,888 |
| fransk | 18,166 |
| Ducatguld | 18,261 |
| Gummi, arabisk | 1,375 |
| Hiortetakke | 1,875 |
| Honning | 1,450 |
| Jern, blødt | 7,600 |
| stærk hamret | 7,875 |
| Jodebeeg | 1,400 |
| Jord, vegetabilisk | 1,630 |
| Kamfer | 0,996 |
| Kiskfenfalt | 2,148 |
| Kobber, japansk | 8,726 |
| støbt og svensk | 8,333 |
| hamret | 8,784 |
| Kride | 2,252 |
| Magnet | 4,585 |
| Marmor, ital. | 2,700 |
| Messing, støbt | 8,000 |
| hamret | 8,349 |
| Mølleſteen, fransk | 1,571 |
| tydsk | 2,368 |
| Perler, orient. | 2,750 |
| Platina | 15,526 |
| det tungeste | 27,500 |
| Porcelain, chin. | 2,363 |
| Potaske | 3,112 |
| Qvarts | 2,763 |
| Salmiak | 1,420 |
| Salpeter | 1,929 |
| Sand | 2,631 |
| Saphir | 3,562 |
| Selenit | 2,322 |
| Smaragd | 2,777 |
| Sølv, fint støbt | 11,091 |
| hamret | 10,500 |
| Spidsglaskonge | 6,852 |
| Staal, blødt | 7,768 |
| hamret | 7,895 |
| Steenkul | 1,240 |
| Sukker, fineste | 1,606 |
| Berlinsk | 1,368 |
| Svinefit | 0,954 |
| Svovel | 1,800 |
| Tælle, Koe- og Faare- | 0,943 |
| Teglsteen, engelsk | 2,006 |
| Tin, engelsk | 7,295 |
| Topas | 3,450 |
| Træe: Ahorn | 0,755 |
| Aloetræe | 1,177 |
| Askетræe | 0,734 |
| Berberis | 0,856 |
| Blommetræe | 0,785 |
| Bøgetræe | 0,852 |

Træe:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Træe: Bogstavtræe | 1,192 | Træe: Lindetræe | 0,604 |
| Brasilietræe | 1,031 | Mahogny | 1,063 |
| Buxbom, holl. | 1,328 | Mastixtræe | 0,849 |
| tyrkisk | 0,919 | Myretræe | 1,200 |
| Campeschetræe | 0,913 | Peretræe | 0,661 |
| Ceder, indianſk | 1,315 | Piletræe | 0,585 |
| fra Palæstina | 0,613 | Pomerantstræe | 0,705 |
| Citrontræe | 0,726 | Poppeltræe | 0,383 |
| Cocosskaller | 1,340 | Rosentræe | 1,132 |
| Ebenholt | 1,209 | Sandel, hvid | 1,041 |
| Ebletræe | 0,793 | guul | 0,809 |
| Eeg | 0,929 | rød | 1,128 |
| gammel | 1,166 | Sassafrastræe | 0,482 |
| Elletræe | 0,800 | Tartræe | 0,788 |
| Enebærtræe | 0,556 | Ulmetræe | 0,641 |
| Fernambuk | 1,014 | Turmalin | 3,222 |
| Fyr | 0,550 | Tyrkis | 2,508 |
| Gran | 0,300 | Viinsteen | 1,349 |
| Guajaktræe | 1,333 | renset | 1,900 |
| Hassel | 0,600 | Vismuth | 9,700 |
| Hvidtorn | 0,757 | Vox, guult | 0,960 |
| Jerntræe | 1,023 | hvidt | 0,966 |
| Kirsebærtræe | 0,715 | Zink, gostariſk | 7,215 |
| Korketræe | 0,240 | støbt | 9,355 |

## Flydende Legemers ſpecifiſke Tyngde.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Alkohol | 0,815 | Salmiakſpiritus | |
| Brændeviin | 0,936 | med Potaske | 1,120 |
| Giedemelk | 1,009 | med Kalk | 0,952 |
| Koemelk | 1,030 | Skedevand | 1,300 |
| Olie: Bomolie | 0,913 | Vand: Brønd- | 0,999 |
| Caneelolie | 1,035 | Flod- | 1,009 |
| Linolie | 0,932 | Regn- | 1,000 |
| Mellikeolie | 1,034 | Sø- | 1,030 |
| Roeolie | 0,853 | Viin: Burgunder | 0,935 |
| Terpentinolie | 0,792 | Champagne | 0,962 |
| Vitriololie | 1,700 | Franſk | 1,020 |
| Kvægsølv | 14,000 | Mallaga | 1,015 |
| | | Pontak | 0,993 |
| | | Rhinſk | 0,999 |
| | | Viinedike | 1,011 |

Brugen af saadanne Tabeller er mangfoldig. Naar man har Materialier af samme Navn, saa kan man prøve, om de ere af samme Godhed, som de, der ere anførte i Tabellen, fordi mange Tings Ægthed og Godhed beroer paa deres specifiske Tyngde. Naar man veed det geometriske Rum, som et Legeme indtager, saa kan man bestemme dets Vegt uden Bismer. Thi ethvert Tal multipliceret med 62, som Vegten af en Cubicfod Vand, giver Vegten af en Cubicfod af Materien selv §. 14 Till. Veed man omvendt et Legems Vegt, saa finder man let dets geometriske Rum. F. Ex. en Elephanttand veier 200 ℔, hvor stor er den? $\frac{200}{1,825.62} = 1,768$ Cubicfod. Dette er den Regel, som er lovet §. 268. Anm. 2. Geom.

## §. 219.

Hidindtil er det bestandig forudsat, at de Legemer, der skulde undersøges, vare i alle deres Dele af eens Art, d. e. at deres Materie var lige fordeelt over deres hele Indbegreb. Til Slutning lod dog imidlertid alting derpaa ud: specifisk tungere end Vand var et Legeme, naar et ligesaa stort Vandlegeme veiede mindre; specifisk lettere var det Legeme, der skulde prøves, naar den lige store Vandmængde veiede mere. Dette lod sig nu ogsaa anvende paa Legemer, der bestaae af ueensartede Dele; man kunde dog i samme Forstand kalde

de dem specifisk tungere og lettere end Vand, ja endog paa en lignende Maade søge at bestemme deres specifiske Vegt. F. Ex. en Statue, hvoraf Hovedet var af Guld, Armene af Sølv, Livet af Kobber, og Fødderne af Træe, vilde vel hverken have Guldets eller Sølvets eller Træets specifiske Tyngde. Men man vilde dog kunne bestemme, hvorledes Vegten af dette hele System af ueensartede Masser forholdt sig til Vegten af en Mængde Vand, der indslutter et lige stort Rum, og dette kunde man altid kalde Statuens specifiske Tyngde.

I visse Maader forekommer det berørte Tilfælde ved det menneskelige Legeme. Hoved og Arme have større specifisk Tyngde end Kroppen, o. s. v. Dog er det Spørsmaal vist interressant, om det menneskelige Legeme overhovedet er specifisk tungere end Vand, eller ikke. Man har veiet Mennesker i fri Luft; siden ladet dem sænke sig ned i Parallelepipeder, der nøie vare opfyldte med Vand, saa kunde man bestemme Mængden og Vegten af saa meget Vand, som fyldte et lige stort Rum med det menneskelige Legeme. See ogsaa Geom. §. 268. Anm. 2. Deraf har man snart fundet Menneskets specifiske Tyngde noget større end Vandets, som Muschenbroek da angiver den = 1,111; snart og for det meste har man troet at finde Menneskene noget lettere end Vand.

Lege-

Legemernes større eller mindre specifiske Tyngde hidrører fra de flere eller færre Huulninger (poris) imellem Legemernes egentlige Materie (§. 1. og 11). Disse Mellemrum ere ved de sidst betragtede Legemer ulige fordeelte a. St.; ja ved mange Legemer, f. Ex. ved det menneskelige, gives der meget anseelige indvendige tomme Rum, der i det høieste kun ere opfyldte med Luft. Aerometrien angiver Luftens specifiske Tyngde til 0,0015. Dette er saa lidet, at det slet ikke behøver at regnes. Naar de store Mellemrum i Legemerne, der saaledes ere antagne for tomme, ere bevarede for Vandets Tilgang, saa kan der i den nylig antagne Forstand tilskrives saadanne Legemer en langt mindre specifisk Tyngde, end de ellers vilde have, ifald de overalt bestode af en tæt Masse. Paa saadan Maade svømme Skibe paa Vandet, der med deres Ladning slagne sammen i en Masse, uden store Rum, hvori Vandet ikke kan trænge ind, maatte synke. Metalkiedler, hule Metalkugler, Kobber-Pontons give ligeledes Exempler.

## IV. Om svømmende Legemer.

### §. 220.

Naar et fast Legeme, der er specifisk lettere end Vand, skal ligge rolig paa Vandet (hvilket ogsaa heder at svømme), saa maae ikke alene saa stor en Mængde Vand som den nedsænkede Deel

veie

veie ligesaa meget som Legemet; men det hele Legems Tyngdepunkt og den nedsænkede Deels Tyngdepunkt maae ogsaa ligge i en ret Linie, der er lodret paa den Flade, hvori Vandets Plan skærer det faste Legeme. Thi da ethvert tungt Legeme stræber at synke i en Direction, som gaaer igiennem dets Tyngdepunkt, og er lodret paa Vandfladen (§. 6.); men Vandet trykker imod den nedsænkede Deel, ligesom det vilde trykke imod en lige stor Mængde Vand i dets Sted, saa at Middeldirectionen gik lodret op efter laiennem den sidstes Tyngdepunkt; saa er det aabenbart, at kun under de anførte Betingelser kunne lige store Kræfter virke i lige modsat Direction, og frembringe Ligevegt.

## §. 221.

Af det foregaaende er det klart, at mange Legemer kunde i meget forskiellige Beliggenheder hvile paa Vandet, dersom man i Udøvelsen torde antage, at Vandets Element selv var i absolut Hvile. Men da det sidste er practisk umueligt, saa maae her endnu anmærkes, at et efter den foregaaende §s. Betingelser svømmende Legeme er saa meget desto sikrere for at omkastes, 1) jo dybere dets Tyngdepunkt ligger, især naar Legemet endnu befinder sig temmelig dybt under Vandets Overflade. Thi den Kraft, der nu vilde kaste det omkuld, maatte bringe Tyngdepunktet til at stige, naar

naar den nedsænkede Deel skal blive ligt stor. 2) Jo større Giennemsnitsfladen er med Vandfladen. Thi da dette Giennemsnit er her at anseé som Grundfladen i Statiken, saa er det svømmende Legeme paa lignende Grunde som hisset sikrere ved en større Grundflade. Heraf seer man, 3) at saadant et Legeme, som skal have Stabilitet paa Vandet, naar det eengang er sunket til den behørige Dybde, og har antaget den til vore Hensigter fornødne Beliggenhed, kan ved ingen udvortes Magt bringes i saadan Beliggenhed, hvor, foruden de forhen afgiorte Betingelser, endnu et større eller endog kun ligesaa stort Giennemsnit med Vandet, eller en større Dybde af Tyngdepunktet kunde finde Sted. Er dette ikke saa, saa vil Legemet, om endog en maadelig udvortes Magt har bragt det af sin Beliggenhed, igien ved Vandets eget Stød bringes i den forrige Beliggenhed. Alt dette, som her ikke kan udføres videre, lader sig bequemt oplyse ved Legemer, som have en cylindrisk og sphærisk Figur, ved Skibenes bugede Dannelse, ved den Ballast, som man indlader deri, o. s. v.

## §. 222.

Naar den nedsænkede Deel af det svømmende Legeme er $= v$ Cubicfod; saa er dets Vegt $p = 62 . v$ ℔, og omvendt $v = \frac{p}{62}$.

Var

Var Legemet eet af dem, som Elementargeometrien lærer at beregne, saa lod ogsaa den lodrette Dybde $f$ af den nedsænkede Deel sig paa denne Maade finde. F. Ex. dersom ved den rette Cylinder og Prisma Vandets Snit er $= a$; saa var $f = \frac{v}{a}$.

Anm. Ved irregulære Figurer, som de f. Ex. forekomme ved Skibe, maae man slutte fra de Prøver, man anstiller med en nøiagtig Model, med Hensyn til den cubiske Forhold, der finder Sted mellem ligedannede Legemer.

## §. 223.

Opg. At tilveiebringe, at et Legeme af given specifisk og absolut Tyngde kan, i Forbindelse med et andet af ringere specifisk Tyngde, svømme ligesaa sikkert paa Vandet, som en 3die Art, der er lettere end det første og tungere end det andet.

Opl. $A$, $B$ og $C$ skal betyde de 3 Arter; $V$ være den cubiske Størrelse af $A$, $v$ af $B$; saa maae det af $A$ og $B$ forbundne Legeme veie ligesaa meget som et Stykke af Legemet $C = V + v$. Thi ikkun Legemer, der ved eens Størrelse veie lige meget, synke lige dybt ned. Nu være $g$ Vegten af en Cubikfod af $A$, $\gamma$ af $B$; begges absolute Tyngde være $P$ og $p$; saa er $V + v = \frac{P}{g} + \frac{p}{\gamma} = \frac{P\gamma + pg}{g\gamma}$. Nu være den specifisk Tyng-

de

de af Legemet $C = n$; saa er Legemet $V+v$ af denne Materie $(V+v)n = \frac{Pγn+pgn}{gγ} = (P+p)$ ℔. Dette giver $Pγn+pgn = Pgγ+pgγ$; og $\frac{Pγ(g-n)}{g(n-γ)} = p$.

F. Ex. Et Menneske, der veier 120 ℔, skal forsynes med en Svømmevams af Kork, hvori han kan ligesaa godt holde sig over Vandet, som Elletræe. Menneskets specifiske Tyngde være lige med Vandets; Elletræets = 0,8, Korketræets = 0,24; saa har man $p = \frac{120.8z.0,24(8z.1,000-8z.0,8)}{8z.1,000(8z.0,8-8z.0,24)} = \frac{120.0,24.0,2}{0,56}$

$= \frac{120.0,048.0,006}{0,36.0,07} = \frac{0,72}{0,07} = 10\frac{2}{7}$ ℔. Af saa megen Kork maae Vamsen forfærdiges.

Till. Af den Ligning i foregaaende Beviis $(V+v)n = P+p$ følger $V+v = \frac{P+p}{n}$, og $v = \frac{P}{n} + \frac{p}{n} - V$. Var nu Materien i Legemet $B$ saa let, at man ikke behøvede at bekymre sig om dens Vegt, saa havde man $v = \frac{P}{n} - V$. Dette tiener f. Ex. til, at bestemme Størrelsen af en blot med Luft opfyldt Huulning, naar et Stykke Metal af $P$℔ skal saaledes svømme, at Halvdelen staaer ovenfor Vandet, d. e. som en Materie, hvis specifiske Tyngde er $0,5 = \frac{1}{2}$. Dette

gav

gav $v = \frac{2P}{62} - V$. F. Ex. af 10 ℔ Messing at forfærdige en huul Kugle, der kun synker Halvdelen ned i Vand. Den maae have en Størrelse af $\frac{20}{62} - \frac{10}{8,349.62}$ Cubicfod. Den videre Beregning lærer Arithmetiken og Geometrien §. 268. Man seer, under hvad for Omstændigheder den vil have samme Tyngde som Vandet.

Anm. Wagenseils Vandskiold finder man beskrevet i Leup. Theat. Pontif. Cap. 34, og man kan forklare der af disse Lærdomme. Undertiden findes der og Mennesker, hvis specifike Tyngde er langt ringere end Vandets. Man kan kalde dem Vandtrædere.

## §. 224.

Den Kraft, hvormed Vandet driver lettere Legemer, hvortil ogsaa høre hule Legemer, hvori intet Vand kan trænge ind, op imod Overfladen, naar de ved en udvortes Magt ere dybere nedsænkede, end de overladte til sig selv vilde synke, kan i mange Tilfælde anvendes med Fordeel til mechanisk Brug.

Saaledes bringe de Maldiviske Dykkere nedsunkne Kanoner o. d. l. igien op, i det de ved neddragne og fastbundne Stykker Kork, som voxer i Overflødighed hos dem, først gjøre dem flot.

Bringer man brede Fartøier eller Pramme hen over det Sted, hvor noget er sunket; fylder man dem herpaa med saa meget Vand, som de

kunne rumme, uden at synke, og lader derpaa ved Dykkere, eller paa anden Maade, saasom ved indslagne Hager, den sunkne Ting giøre stramt fast ved Prammene med Toug; saa behøver man kun at øse eller pumpe Vandet ud af Prammene. Man seer, at, dersom Prammene kun ere store nok, vil den sunkne Ting derved hæves ligesaa meget, som Prammene drives op af Vandet. Man kan nu paa nye fylde Prammene med Vand, naar man kun tillige bestandig igien strammer Tougene, hvortil man let vil kunne angive en Indretning, ved Hielp af Vinder. Naar der have lagt sig Træer i Grunden, og forderve Farvandet i en Strøm, eller naar Pæle skulle trækkes op, er denne Methode meget fordeelagtig. Man betiener sig ogsaa ofte af den, til at løfte Skibe over Grunde, i det egentlig dertil dannede Kasser (saa kaldte Kameler) fyldte med Vand, mestendeels lige med det udvendige Vand, giøres fast til Skibene. Pumper man Vandet ud; saa hæves Skibet, og kan nu gaae over Grunden.

## V. Om blandede Legemer.

### §. 225.

Opg. At finde, hvor meget der i en Blanding af to ueensartede Legemer indeholdes af hvert Slags, naar der forudsættes, at Legemerne efter Blandingen fylde det samme Rum,

Rum, der netop er lige stort med Summen af de Rum, som de begge ublandede vilde indtage.

Opl. Lad $M$ være Vegten af den hele Blanding, og dens Tab i Vand være $m$. Den som i Tabellen fundne specifiske Tyngde af det lettere Legeme være $G$; saa er $G : 1 = M : \frac{M}{G}$, og $\frac{M}{G} = b$ er det Tab, som $M$ ℔ af det lettere vilde lide i Vandet. Ligeledes dersom $g$ er den specifiske Tyngde af det tungere; saa er $\frac{M}{g} = p$ Tabet af $M$ ℔ af det tungere. Sætter man nu, ligesom ved Alligations-Reglen, Mængden af det lettere $= x$, af det tungere $= y$, saa kan man ligesom hist opsætte saaledes:

$$\begin{array}{c|l|l} & b & m-p \text{ og } x : y = m-p : b-m \\ m & p & b-m \text{ og } b-p : m-p = M : x \\ \hline \text{Sum } & b-p & b-p : b-m = M : y \end{array}$$

Bev. $M$ er: $b = x : \frac{bx}{M}$, fordi forskiellige Tab i Vandet forholde sig, som de Mængder, man af een og samme Materie afveier deri. Ligeledes er (fordi $y = M-x$), $M : p = M-x : \frac{Mp-px}{M}$. Da nu $m$ er Tabet af den hele Blanding; saa er $m = \frac{bx}{M} + \frac{Mp-px}{M}$. Dette giver

$M.m - Mp = (b-p)x$, eller $x = \frac{m-p}{b-p}.M$, og $M - x = M - \frac{m-p}{b-p}.M = \frac{b-m}{b-p}M = y$. Altsaa er $x : y = m-p : b-m$, o. s. v.

Dette tiener til Oplösning af det bekiendte archimediske Problem, som skal have givet Anledning til Opfindelsen af hele Hydrostatiken. Dersom Guldkronen, hvori han vilde opdage Tilsætningen af Sølv ($x$) var 20 ($M$) ℔ tung, og tabde $1\frac{1}{4}$ ($m$) ℔ i Vand, saa var $\frac{M}{G} = \frac{20}{11,091}$, $= 1,8032$ ℔ $= b$, og $\frac{M}{g} = \frac{20}{19,64} = 1,0183$ ℔ $= p$. Man sætter altsaa

| | | |
|---|---|---|
| 1,2500 | 1,8032 | 0,2317 |
| | 1,0183 | 0,5532 |
| | | 0,7849 |

$0,7849 : 0,2317 = 20 : x$. Altsaa var der en Tilsætning af omtrent 5,9 ℔ Sølv.

Till. Forsøgene i den nyere Physik og Chymie have lært, at i de fleste Tilfælde indtræffer ikke den i Opgaven antagne Betingelse; men at efter Blandingen er begge Legemernes hele Rum snart større, snart mindre, end Summen af de enkelte Rum, som begge indtoge for Blandingen. Iblant de af Erxleben Chemie §. 799. f. anførte Undtagelser finder jeg ikke Guld og Sølv, Tin og Blye fremsatte. Men mig synes, at i det mindste den sidste Blanding ogsaa i den sildigere Tid er undtagen.

tagen. Vare der flere end to Legemer blandede, saa kan Opgaven ikke bestemt opløses. Sammenl. med §. 218. 3 Opg. Arithm.

## VI. Om Gradstokke (Aræometris).

### §. 226.

Et huult Legeme, dannet som Fig. 90, kan, naar man kaster Vegt nok deri, bringes til at synke indtil et bestemt Punkt af Roret $AC$ i Vand eller et andet flydende Legeme. Det vil da synke dybere i et lettere, og ikke saa dybt i et tungere flydende Legeme §. 209. Till. Fig. 90.

For saavidt altsaa disse Instrumenter ogsaa kunne tiene til, at kiende Forskiellen i de flydende Legemers specifiske Tyngde, hede de Gradstokke eller Prøvere (Aræometra). Den specifiske Tyngde af det hele hule Legeme med Tilbehør maae ikke være større, end den specifiske Tyngde af det letteste fluidum, som dermed skal prøves; og Roret alene, men intet af Kuglen, maae staae op over det tungeste; fordi der paa Roret anbringes Mærker, hvoraf man kiender de forskiellige flydende Legemers specifiske Tyngde. Skal Prøveren ogsaa sættes i corrosiviske flydende Ting; saa er Glas den beste Materie dertil. Den nederste lille Kugle, som pleier at indeholde al, eller dog den største Deel af Vegten (Blyehagl eller Qvægsølv) forskaffer Instrumentet mere Stabilitet paa Vandet, fordi Tyngdepunktet nu kommer til at ligge dybere §. 221.

§. 227.

Vilde man imidlertid kun endog have en Gradstok, som i Vitriolæther sank indtil $A$, og i Vitriololie indtil $C$, saa vilde, fordi den førstes specifiske Tyngde er $= 0{,}733$, den sidstes $= 1{,}700$, dertil udfordres et meget langt, og derfor ubeqvemt cylindrisk Rør $AC$. Derfor er den Branderske Indretning meget beqvem, som bestaaer af 5 Gradstokke. To af dem angive saadanne flydende Legemers specifiske Tyngder, der ere tungere end Vand, og naae indtil 1,143. Andre to angive de lettere flydende Legemer indtil den specifiske Tyngde $0{,}857\frac{1}{7}$. Almindelig er kun derpaa anmærket, hvor meget den Wienske Cubicfod af det flydende Legeme veier i Wienske Pund. $\frac{1}{8}$ ℔ er endnu angivet. Men da den Wienske Cubicfod Vand veier 56 ℔; saa kunde i ethvert andet Tilfælde den specifiske Tyngde let udtrykkes i Tabellens Mening §. 218; ligesom det og kunde bestemmes, hvad den Rhinlandske eller danske Cubicfod maatte veie i danske ℔. F. Ex. Vegten angiver den Wienske Cubicfod 58 ℔ 24 Lod; saa har man $\frac{58\frac{1}{2}}{56} = 1{,}049$, og Vegten af en Rhinlandsk Cubicfod $\frac{58{,}75 \cdot 62}{56} = 1{,}049 \cdot 62 = 65{,}038$ danske ℔. Den 5te Gradstok er tienlig til saadanne Liqueurer, der i specifisk Tyngde nærme sig meget til Regnvandet, saasom Suurbrønde og andre mineralske Vande. Den gaaer indtil $\frac{1}{2}$ Lod paa Cubicfoden.

Almin-

Almindelig forfærdiges de paa denne Maade. Under bestandigt Tillæg af Blyehagl lader man Gradstokken synke mestendeels indtil $A$ i et Fluidum, hvis specifiske Tyngde $D$ man kiender. Et andet Fluidum, hvis specifiske Tyngde $\Delta$ man har prøvet ved den hydrostatiske Vegt, bære den over Vandet indtil $C$. Man anmærker begge specifiske Tyngder ved $A$ og $C$. Nu pleier man, naar f. Ex. de specifiske Tyngder ere angivne i Pund og Cubicfod, at dele Mellemrummet $AC$ i saa mange lige store Dele, som de saaledes udtrykte specifiske Tyngder ere forskiellige i Pund. Men dette er ikke nøiagtigt. Forudsat, at Røret $AC$ er overalt nøiagtig cylindrisk, saa maae for enhver mellemliggende specifik Tyngde $\delta$, den Størrelse $\frac{\Delta(\delta - D)}{(\Delta - D)\delta}$. $AC$ assættes fra $A$ til $C$, hvilket Hr. Brander havde havt at iagttage ved alle sine Gradstokke; see Karstens Anfangsgr. Hydr. §. 52. ff.

## §. 228.

En Art af de her beskrevne Gradstokke er den i det daglige Liv brugelige Ølprøver*). Almindelig giør man den af Messing, og betynger den med saa megen Vegt, at den synker indtil $A$ i det Vand, hvoraf Ølet brygges. Fra $A$ til $C$ ere siden lige store Dele eller Grader betegnede. Jo stærkere Ølet er, desto flere saadanne Grader



*) Ligeledes er Brændevinsprøveren en Art af samme. Om en forbedret Indretning af den danske, see Nye Samling af det Kongl. danske Videnskabers Selskabs Skrifter 3 D. S. 202. ff.

staae der frem, og naar der siden er blandet Vand imellem, saa vil Proveren ved igientagen Undersøgelse synke dybere.

For Kortheds Skyld anfører jeg her kun Reglen uden Beviis, hvorledes man i saadant et Tilfælde, naar et Par flydende Legemer efter Blandingen indtage et Rum, der er ligesaa stort, som Summen af Rummene for Blandingen, skal udfinde, hvor meget der i Vegt og Maal er taget af hvert Slags til Blandingen. En Regel, som tiener til, nøiere at undersøge Forfalskelser.

$P$ og $Q$ være Vegterne af den tungere og lettere Deel i Blandingen. I den tungere synke Proveren indtil $C$, i den lettere indtil $A$, i Blandingen indtil $M$; saa er $P : Q = AM : CM$.

Ere Rummene af den tungere og lettere Art $V$ og $W$, deres specifiske Tyngder $\Delta$ og $D$, saa er $V : W = D.\ AM : \Delta.\ CM$.

F. Ex. Proveren staae i godt Øl, (naar man tæller Graderne fra $A$ ned efter) ved $7\frac{1}{2}$, i Blandingen paa 6, saa er $AM : CM = 6 : 1\frac{1}{2} = 12 : 3$; d. e. i 12 ℔ Øl er der blandet 3 ℔ Vand. Er det gode Øls specifiske Tyngde 1,050; saa er $D.\ AM : \Delta.\ CM = 6 : 1{,}575$. I 12 Maal Øl er altsaa endnu kommet noget mere end 3 Maal Vand.

## §. 229.

Lage er Vand, hvori fornemmelig Kiskenfalt er opløst. Det er et vigtigt Spørsmaal, førend

førend Saltverker anlægges, hvor righoldigt saadant Kildevand er, om det maae graderes, førend det koges, og om det ved Graderingen er blevet stærkt nok til, nu at koges med Fordeel, o. d. l. Naar man forfærdiger en Saltsolution, saa vil man snart finde, at det Rum, som det ferske Vand forhen indtog, ikke forøges saa meget, som man efter Mængden af det Salt, der er slaaet i, skulde tænke. Man kan neppe forestille sig Sagen anderledes, end at en Mængde Saltdele finde Plads i Vandets Mellemrum. De nøiagtigste Forsøg herover, tilligemed den fortræffeligste Anvendelse paa den forehavende Opgave finder man i Experiences sur le poids de sel & la gravité spécifique des saumures faites & analysées par M. Lambert, i Memoires de l'Ac. de Prusse 1672. p. 27. seqq., er ogsaa oversat paa tydsk ved Branders Beschreibung einer neuen hydrostatischen Waage 1777.

Hr. Lamb. betiende sig af en Phiole, som holdt lige 1128,3 Gran ferskt Vand. 300 Gran Salt blev slaaet i dette Kar, og saa meget Vand øst derpaa, indtil Saltet var opløst, og Karret netop fyldt med Solutionen. Den veiede da 1316,3 Gran, altsaa 188 mere, end ligesaa meget ferskt Vand. Nu maatte 300 Gr. Salt indtage saa meget Rum som $\frac{300}{2,148} = 140$ Gr. Vand. Dette vilde kun give $1128,3 - 140 + 300 = 1288,3$

Gran for Solutionens Vegt, dersom man ikke torde antage, at 28 Gran Salt havde skiult sig i Vandets Mellemrum. Ved en Mængde saadanne Forsøg, og ved de analytiske Kunstgreb, hvori Hr. Lambert var saa belsben, udbragde han endelig, at, naar en Saltsolution indtager et ligesaa stort Rum, som en Mængde Vand, hvis Vegt er $= \pi$, og naar deri er opløst Salt af den Vegt $x$, saa er Vegten af denne Saltsolution, eller $z = \pi + 0{,}6963 . x - \frac{0{,}2625}{\pi} x^2$.

Den Tabel, som efter denne Formel er beregnet af Hr. Lamb., meddeler jeg for dens Brugbarheds Skyld. $\pi$ er $=$ 1000 Gr., og $x$ efter Ordenen antaget til 10, 20, 30 Gr., o. s. f.

| $x$ | $z$ | $x$ | $z$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1000 | 180 | 1117 |
| 10 | 1007 | 190 | 1123 |
| 20 | 1014 | 200 | 1129 |
| 30 | 1021 | 210 | 1135 |
| 40 | 1027 | 220 | 1141 |
| 50 | 1034 | 230 | 1146 |
| 60 | 1041 | 240 | 1152 |
| 70 | 1047 | 250 | 1158 |
| 80 | 1054 | 260 | 1163 |
| 90 | 1060 | 270 | 1169 |
| 100 | 1067 | 280 | 1175 |
| 110 | 1073 | 290 | 1180 |
| 120 | 1080 | 300 | 1185 |
| 130 | 1086 | 310 | 1191 |
| 140 | 1093 | 320 | 1196 |
| 150 | 1099 | 330 | 1201 |
| 160 | 1105 | 336,8 | 1204,7 |
| 170 | 1111 | | |

Hr.

Hr. Lambert fandt, at saadan en Mængde Saltopløsning, der indtog saa meget Rum som 1000 Gr. ferskt Vand, kunde i det høieste indeholde 336,8 Gran Salt. Fremdeles sees, at, naar man dividerer Tallene i Columnen z med 1000, saa faaer man Lagernes specifiske Tyngder i den Forstand, som i §. 213.

## §. 230.

Denne Tabel kan nu bruges paa en dobbelt Maade, til at udforske Lagens (eller som det kaldes i Saltverkerne, Sohlens) indvortes Styrke.

1) Naar man vil finde denne Styrke ved den hydrostatiske Vegt. Den fundne specifiske Tyngde søger man i Columnen z, det hosstaaende Tal $x$ dividerer man med 1000, og multiplicerer Quotienten med Vegten af en Cubicfod, af en Kande eller af et andet Maal ferskt Vand. Man seer lettelig, hvad man havde at gjøre, dersom den ved Glasperlen fundne specifiske Tyngde ikke stod i Tabellen. F. Ex. den specifiske Tyngde være = 1127; saa er Forskiellen imellem det næst mindre og det næst større Tal = 6; altsaa er 6 : 4 = 10 : $6\frac{2}{3}$. Følgelig er $x = 196\frac{2}{3}$, og naar en Cubicfod reent Vand veier 62 ℔, saa holder den $\frac{196{,}66 . 62}{1000} = 12{,}2$ ℔ Salt næsten. Procenterne giver den Proportion 1127 : 196,66 = 100 : $x$ (= 17,4).

2) Naar

2) Naar man vil berøne ſig af Gradſtok-ken dertil: ſaa lader den ſig nu eſter Tabellen ind-rette til en Sohleprøver. Nemlig man betynger Inſtrumentet ſaa længe med Vegter, indtil det i ferſkt Vand ſtaaer næſten til *A*. Derpaa oplø-ſer man en anſeelig Mængde Salt i lige ſaadant ferſkt Vand, og ſøger dets ſpecifiſke Tyngde Δ ved Hielp af Glasperlen. Naar nu Sohleprøveren ſtaaer frem indtil *C*, ſaa kan man eſter Reglen i §. 227 affætte de ſpecifiſke Tyngder af Tabellen, og ſkrive Tallene af Columnen *x* ved Siden. Derpaa kan man, ligeſom i No. 1, deraf beregne Antallet af Pund paa Cubieſoden, eller og Pro-centerne. For Reſten ſeer man ogſaa let, hvor-ledes man kan beregne Scalen paa den Maade, at man ſtrax derpaa anmærker, hvor mange ℔ Cu-bieſoden veier, og hvor mange ℔ Salt der inde-holdes i en Cubieſod af Sohlen.

De Sohleprøvere, hvorpaa Afſtanden imel-lem *A* og *C* er inddeelt i lige ſtore Dele, hvilke man kalder Grader eller Lod, kunne, ſom man nu lettelig ſeer, ikke være rigtige; og eſter det, Hr. Hofraad Karſten ſiger derom paa anf. St. §. 57, kuade man ikke formode andet, end at Hr. Bran-der havde inddeelt ſin ſiette Gradſtok, der ſkal være en Sohleprøver, paa den Maade, ſom det er lært af Hr. Lambert, hvilket man dog ikke finder ſaaledes.

---

Den

# Den anvendte Mathematik.

## Tredie Hovedstykke.

## Aerometrien.

### I. Om Luftens Egenskaber i Almindelighed.

§. 231.

Ogsaa flydende Legemer kunde vel have den i §. 191 beskrevne Egenskab, Elasticitet. Ligesom man i Almindelighed ikke kan giøre sig nogen anden Forestilling om elastiske Legemer, end at der i dem findes imellem hver to til hinanden grændsende smaae Dele en endelig bestemt Kraft, der stræber at drive disse Dele fra hinanden indtil en vis Afstand; saa vil ogsaa et elastiskt flydende Legeme ved udvortes Kræfter kunne præsses sammen i et snevrere Rum. Men jo mindre det Rum er, i hvilket det allerede er sammenpræsset, desto stærkere vil ogsaa den indvortes Kraft trykke imod, og stræbe at drive den flydende Materie ud til alle Sider. Denne Bestræbelse kalder man egentlig den flydende Materies Fierkraft eller Elasticitet.

§. 232.

§. 232.

Tænke vi os for det første en Masse kun som flydende og elastisk, og tillige af eensformig Tæthed, uden endnu at tage dens Tyngde i Betragtning, saa falder følgende i Øinene:

Fig. 91. 1) Dersom der i Rummet *ABCD* indeholdtes saadan en elastisk flydende Masse, og der udenfor intet var, hvorved Massens Fierkraft blev tilbageholdet; saa vilde den udbrede sig eensformig til alle Sider, og det saa vidt, som Størrelsen af den indvortes Kraft fører det med sig.

2) Dersom man omgav Rummet *ABCD*, der er opfyldt med det elastiske flydende Legeme, med en tilstrækkelig fast Flade, saa vilde denne paa ethvert Sted, *C*, *D*, modstaae det flydende Legems Udbredelse, og altsaa taale et lodret Tryk af den flydende Masse. Dette Tryk er ogsaa lige stort paa lige store Dele af den omgivende Flade.

Paa samme Maade som §. 198. kan man her ved Trykkets Høide, ogsaa forstaae Høiden af en lodret Vandstøtte, hvis Grundflade er saa stor, som den Deel af Sideveggen, hvorpaa det trykker, og hvis Vegt er saa stor som den elastiske flydende Masses Tryk mod denne Deel. Dette kalder man og den Høide, der svarer til den flydende Masses Elasticitet.

3) Ligesom i Almindelighed den indsluttede elastiske flydende Masse vilde sprenge eller knuse Omfatningen, hvis den ikke var stærk nok, og ud-

brede

brede sig, saavidt som dens indvortes Kræfter strække; saa vil den ogsaa trænge igiennem enhver lille Aabning *Dd*, der fremkommer i denne Omsatning, dog saaledes, at det hele indvendige Rum bliver overalt eensformig opfyldt med den Rest, der Tid efter anden bliver tilbage. Dette vil finde Sted, saalænge som denne Rest endnu er elastisk.

4) Er der udenfor *ABCD* ligeledes en elastisk flydende Masse, og er dens Udviidningskraft ligesaa stor, som ved den, der er inden i *ABCD*; saa kan den indvendige hverken udbrede sig, som i No. 1, eller som i No. 2. trykke imod *ABCD* (i det mindste vil den holdes i Ligevegt uden fra); heller ikke strømme ud, som i No. 3. Jeg overlader til Læseren at bestemme, hvad der vilde skee, dersom der indvendig og udvendig ere flydende Masser, hvis udvidende Kræfter ikke have lige Størrelse.

5) Dersom de Dele, der findes i *a* og *b*, bleve af udvortes Kræfter drevne imod hinanden, saa vilde, fordi Massen er flydende, de mellemliggende Dele vige af Veien. Men vare disse indsluttede f. Ex. i et cylindrisk Rør *abce*; saa forestille man sig, at man fra begge Sider med lige Kræfter indtrev noie passende Stempler i dette Rør, og altsaa begge lige imod hinanden; saa vilde begge Kræfter da først komme i Ligevegt med hinanden, naar den elastiske Masse er trykket saa vidt sammen, at dens Modtryk bliver lige stort

med

med Trykket paa hver Stempel. Ethvert Sted af Roret vil ogsaa presses ligesaa stærkt af dette Modtryk, som ethvert Sted af Stemplerne, eller den Høide, der svarer til Fierkraften, vil allevegne være lige stor. Dog saa, at en dobbelt saa stor Flade ogsaa vil taale et dobbelt saa stort Tryk, o. s. v.

I denne Tilstand kitte eller lodde man Stemplerne fast til Roret, saa udholde de endnu samme Præsning, og alting bliver ligesom i No. 4, naar det indvendige flydende Legeme har større Udvidningskraft end det udvendige.

§. 233.

Disse ere de fornemste Virkninger, som ere at udlede af Begrebet om Elasticiteten, naar man kun seer denne alene til Begrebet om den flydende Egenskab. For Kortheds Skyld skal enhver elastisk flydende Masse i det følgende hede Luft (Aer), og da er Aerometrie eller rettere Aerostatik Videnskaben om Lovene for de Kræfter, hvorved Luftens eller Luftarternes Ligevegt frembringes, enten indbyrdes mellem hinanden, eller med andre faste eller flydende Masser.

§. 234.

Den elastiske flydende Masse, eller Luften, være nu tillige tung; saa er det aabenbart:

1) Den

1) Dersom et Rør $ABCD$ er aabent ved $AB$, og dets Sider $CA$, $DB$, ere lange nok til, at Luften kan udbrede sig saa vidt, indtil det øverste Lag ingen udvidende Kraft mere har; saa vil ethvert Giennemsnit $MN$ i alle dets Punkter blive eensformig trykket af den Luftmasse, som er over det; det nederste Giennemsnit eller Bunden havde da intet andet at bære end Vegten af den hele Luftstøtte $ACDB$. Fig. 92.

2) Da ethvert endog nok saa smalt Lag $AabB$, $MmnN$ har nogen Vegt, saa vil Størrelsen af Trykket paa Giennemsnittet ovenfra og ned efter bestandig tiltage.

3) De nederste Lag ville bestaae af en mere sammentrykt eller en tættere Luftmasse, følgelig ogsaa yttre større Modtryk, eller Bestræbelse efter at udbrede sig; d. e. have større Elasticitet end de øverste.

4) Var Røret kortere, end der udfordredes i No. 1, og tillukt ved $AB$; saa vilde den Luftdeel, der grændsede til $AB$, endnu være elastisk, presse imod $AB$, og det deraf fremkommende Modtryk, fordi Luftmassen er flydende, udbrede sig indtil $CD$. Altsaa vilde $CD$ trykkes deels af den indsluttede Lufts Vegt $P$, deels af Fierkraften i $AB$. Begge de tilsvarende Høider være $a$ og $\alpha$; saa er Trykket paa $CD$ lige stort med en Luftstøtte $= (a + \alpha) CD$.

5) Luftens flydende Egenskab gior det nu ogsaa begribeligt, at i et Kar, hvad Skikkelse det end har, beroer Størrelsen af Trykket paa ethvert Giennemsnit og paa Bunden af den Høide, der svarer til Luftstøtens Vegt og de øverste Lags Elasticitet; saa at disse Høider maae bestemmes paa samme Maade, som om en lodret Luftstøtte af samme Høide som det hele Kar stod paa Bunden som dets Grundflade.

Man seer lettelig, at de hydrostatiske Sætninger om Trykket paa Sidefladerne ogsaa her finde deres Anvendelse. Thi Trykket kan i alle Tilfælde ansees som Trykket af en uelastisk flydende Masse, dog saa, at man maatte forestille sig denne, som bestaaende af en utallig Mængde over hinanden liggende Lag af uendelig liden Høide, hvoraf hvert især neden fra og op efter havde en gradviis aftagende Tæthed. Summen af alle de forskiellige Trykkets Høider, der svare til ethvert Lag især, er den Høide, der svarer til den hele Luftstøtte.

6) Naar alle Luftelementer trykke imod et Middelpunkt, eller ere tunge og indsluttede imellem to concentriske Kugelflader; saa følger, som man lettelig seer, en eensformig Forøgelse af Tætheden fra den yderste til den inderste Kugelflade. Til det Tryk paa enhver Deel af den inderste Flade, som hidrører fra Vegten af det derpaa staaende afkortede Kugeludsnit, maae ogsaa efter Omstændighe-

heder-

hederne regnes den Præsning, som af de yderste Luftlags Elasticitet fortplantes mod den indvendige Kugelflade.

## §. 235.

Det foregaaende ere umiddelbare Følger af den Forudsættelse, at en Masse er 1) flydende, derhos 2) elastisk §. 233, og endelig 3) tung §. 234. Men gives der nu virkelig saadanne Masser i Naturen? Den Masse, som allevegne omgiver os, som useet opfylder alle de Rum, fra hvilke den ikke udelukkes ved andre Legemer, hvis Tilværelse vi unægtelig erfare ved enhver hastig Bevægelse af Haanden eller af en Viste imod Ansigtet, og som bliver kiendelig nok ved Vindens og Stormens langt stærkere Virkninger, denne Masse lod sig ikke begribe i alle dens Virkninger, dersom ikke alle disse tre Egenskaber vare samlede hos den. Dens Navn Luft have vi derfor ogsaa allerede tillagt enhver elastisk flydende Materie. Imidlertid har man, især i de sidste Aar, opdaget en Mængde elastiske flydende Materier, der i deres øvrige physiske Egenskaber ere mærkelig forskiellige fra hiin atmosphæriske Luft; hvilke man dog formedelst deres Overeensstemmelse med den almindelige Luft i disse tre Hovedegenskaber kalder Luftarter. Og kun for saa vidt kunne de Phænomener, der hidrøre fra dem, forklares af Aerometrien.

## II. Luftpumpen, og dens Anvendelse.

### §. 236.

At Luften er flydende, er allerede tilstrækkelig klart af den foregaaende §, og den Lethed, hvormed vi adskille dens Dele, i det vi bevæge os igiennem den, saalænge den ikke er i en heftig Bevægelse, der er vor egen Bevægelse modsat, viser dette ligeledes tydelig. Følgende er et tilstrækkeligt Beviis for dens Elasticitet.

I et nogenlunde dybt Kar fuldt af Vand nedsænke man et omvendt Spidsglas saaledes, at Randen af Glasset rundt omkring berører Vandets Overflade. Trykker man det lige ned mod Karrets Bund, saa vil man blive vaer, at Vandet ingenlunde trænger ind i Glassets hele indvendige Rum, men kun til en liden Høide; til et tydeligt Beviis paa, at Luften, da den her ikke kan undvige, lader sig trykke sammen. Dette var det første, som vi angave om et elastisk flydende Legeme §. 231. Jo dybere man trykker Glasset ned, desto mere føler man, at man maae anvende Kraft, for at holde det i sin Stilling, og desto mere Vand trænger ind i det, det er, desto mere sammentrykkes Luften i Karret, og desto større er dens Bestræbelse efter at udbrede sig. Denne Bestræbelse yttrer sig og ved en virkelig frembragt Bevægelse, saasnart man tager Haanden bort fra Glasset. Glasset farer op efter, og, formedelst

Rystel-

Kystelserne i Vandet, falder det almindelig om, forend det endnu ganske er kommet op. Imidlertid kan dets opadgaaende Bevægelse ikke frembringes ved noget andet end den indsluttede Luft, der igien udbreder sig, hvilket var det andet Kiendetegn paa en elastisk flydende Masse.

Naar man oppuster en Lammeblære saa stærkt med Luft, indtil den er ganske stram, og binder den saa fast til; saa kan man vel med Fingeren trykke Huler deri; men disse udfyldes strax igien, saasnart man tager Fingeren tilbage. Ligeledes et Bevis for Luftens Elasticitet.

At Luften er tung, vilde 1) umiddelbar lade sig tilsyne, dersom man ganske, eller dog for største Delen, kunde tage den ud af en temmelig stor Glaskugle. Thi da vilde en tilstrækkelig fiin Vegt tilkiendegive Forskiellen imellem Vegten af den med Luft opfyldte og af den udtømte Kugle, d. e. Vegten af den Luft, der i sin naturlige Tilstand er i Kuglen.

Ligeledes vilde man 2) kunne giøre en rigtig Slutning til Luftens Tyngde, dersom man kun umiddelbar kunde vise, at den nær ved Jorden befandt sig i en sammentrykt Tilstand §. 234. Men ogsaa dertil vil det udfordres, at man kan bringe den almindelige Luft, indsluttet i en lufttæt Indfatning, f. Ex. i Rynkerne af en slap og fast tilbunden Blære, ind i en Recipient, hvoraf al, eller i det ringeste den meste Luft kan borttages.

I begge Tilfælde kommer det altsaa an paa, at man veed et Middel til, at giøre et Rum enten ganske eller tildeels luftfrit.

## §. 237.

Fig. 93. *ABCD* være en huul Cylinder af saadan en Masse, som Luften ikke kan trænge igiennem; f. Ex. af tilstrækkelig tykt Metal; og *xyZz* en Stempel, som passer ganske nøie i Cylinderen; man trække Stempelen op til *MN*, eller endnu høiere. Luften imellem *Zz* og *CD* maae da, fordi den er elastisk, udbrede sig over det hele Rum *CDMN*, og altsaa have en mindre Tæthed end forhen. Man give Bunden af Cylinderen en Aabning, saasom i Figuren i *E*, og lede en Canal *EFGH* hen i den kugeldannede Recipient *K*, der paa een eller anden Maade er forbunden med Røret *EFGH* saaledes, at Luften ikke kan trænge igiennem; saa vil ved Stemplens Optrækning al Luften i Kuglen og Røret udbrede sig eensformig i det saaledes udvidede Rum, og blive tyndere. Under Cylinderen være en Hane anbragt, som slutter vel, og har en dobbelt Aabning; saa at i den første Stilling den lige igiennemgaaende Aabning *n* forbinder Kuglen og Cylinderen med hinanden, og i den anden Aabningen *qr* giver Cylinderen Forbindelse med den udvendige Luft. Naar Hanen ved den foregaaende Operation har havt den første Stilling; saa dreie man den nu om i den anden

anden Stilling, som Figuren viser, og trykke Stem- Fig.
pelen ned igien; saa vil den fortyndede Luft, som 93.
er i Rummet *MNDC*, igien blive tættere. Saa-
snart den er bleven ligesaa tæt som den udvendige,
saa vil den gaae ud i den udvendige Luft igiennem
*qr*, fordi Hanens nærværende Stilling sperrer den
Tilbagegangen i Kuglen, og jo tættere Stemplen
kan trykkes til Bunden *CD*, desto fuldkomnere vil
al Luft drives ud af Cylinderen i den udvendige
Luft. I Kuglen er der endnu mere Luft tilbage,
men nu allerede noget fortyndet. Giver man alt-
saa Hanen sin første Stilling igien, og igientager
den beskrevne Operation flere Gange efter hinan-
den; saa vil tilsidst den Luft, der endnu er tilbage
i Kuglen, være i yderste Grad fortyndet; d. e. der
vil, imod den første Luft at regne, være en saa
liden Quantitet tilbage, at den ikke mere kommer
i Betragtning.

Det her beskrevne Instrument er intet an-
det, end den saa bekiendte Luftpumpe i sin væ-
sentligste Indretning.

Paa Halsen af den kugledannede Recipient
kan man nu anbringe en Hane *PR*. Dreier man
den til efter fuldbragt Operation, og sætter Kug-
len, efterat den er tagen af Maskinen, i Ligevegt
paa en Vegt, saa vil, naar man igien aabner Ha-
nen, den udvendige Luft trænge ind, og give Kug-
len en Overvegt; den Vegt, som man maae lægge
paa den anden Side, for igien at frembringe Lige-

vegt, viser, hvor meget saadan en Mængde almindelig Luft veier, som der indeholdes i Kuglen.

## §. 238.

Siden Opfindelsen af denne for Naturlæren höist vigtige Maskine eller Luftpumpen, har man paa mange Maader forandret dens mechaniske Indretning, for at gjøre den bequemmere til Brugen. Jeg lader mig nøie med her kun at beskrive een, nemlig den saa kaldte dobbelte Luftpumpe af den afdøde store Augsburgske Mechanicus Hr. Brander, fordi der, saavidt jeg veed, endnu ikke er nogen trykt Beskrivelse over den bekiendt, ligesom heller ikke over hans enkelte Cabinetsantlia, og den virkelig fortiener at anprises for dens simple Indretning og lette Behandling.

Fig. 101 I to Metal-Cylindre eller Støvler, *ABDC*, *abdc*, som med Nøiagtighed ere udborede og glat 102 polerede, bevæges to Stempler eller Kolber, *L* og *l* op og ned. Kolberne bestaae af et cylindrisk Stykke Kork, som oven og neden til er beklædt med Metalplader, og paa Siden overdraget med Læder, igiennemtrukt med Olie. Disse Kolber ere igiennemborede i Mitten; men over den øverste Aabning er der spendt en Strimmel Svineblære Fig. ee, som ved Skruerne *aa* holdes fast af de smaae 103 Metalplader *dd*. Ved at gribe fat med begge Hænder paa det dobbelte Haandgreb *PQ*, dreier man dermed Stiernehiulet *ZZ*, paa hvis Axel Haandgrebet

grebet $PQ$ er fastgiort, frem og tilbage, og følgelig blive derved de takkede Kolbestænger $YY$, og altsaa Kolberne eller Stemplerne selv vexelviis opdragne og nedtrykte. At Diameteren af Stiernehiulet er temmelig stor, og at man ikke hæver Stemplerne for høit, forhindrer, at Stemplerne ikke klemmes, og Kraftens statiske Moment vinder ved en proportionert Længde af Haandgrebets Arme. I Bunden af Støvlerne ere der over Aabningerne $E$ og $e$, spændte andre Ventiler af Svineblære, som den 104 Fig. viser, og indfæstede Kaarne paa Siderne ved $\beta\beta$. Begge Figurerne viise tydelig nok, hvorledes de Canaler, der gaae ud fra $E$ og $e$ i Bundene af Støvlerne, samles ved $F$, og løbe videre frem indtil $H$. I $H$ kunde man nu tilskrue kugeldannede eller andre Recipienter, forsynede med en Hane, som Fig. 93. Men til de fleste Forsøg tiener den Indretning, som her er afteegnet. Nemlig man tilskruer en rund Metalplade, eller Tallerkenen $TT$, der oventil er sleben meget glat, og forsynet med en Rand. Samme bedækkes med et Stykke vaadt, ikke alt for tykt Læder, og en Recipient af Glas, der for sin Skikkelses Skyld kaldes en Klokke, sættes derpaa, og trykkes fast til Læderet. Fig. 104

Hovedforskiellen imellem denne Indretning og den, der i foregaaende §. er beskreven, bestaaer deri, at Ventilerne over Kolberne og i Bunden af Støvlerne her ere komne i Stedet for Ha-

nen $LQ$. Naar nemlig Stemplen i Stovlen $ABCD$ hæves i Veiret ved den angivne Mechanisme, saa udbreder Luften i Klokken $K$ sig, hæver Ventilen i Bunden ved $E$ lidet i Veiret, og gaaer igiennem Aabningerne $\beta\beta$ saa længe over i Rummet under Stemplen $L$, indtil al Luften under Klokken og i Stovlen er bleven af lige Tæthed; men i det Hele har den da antaget en ringere Tæthed, end for Operationen, og saa vil allerede den udvendige Luft, fordi den er tættere og mere elastisk, end den under Klokken, trykke Klokken fast til Tallerkenen $T$, fordi, som Erfaring viser, ingen Luft igien kan trænge ind igiennem vaadt Læder (ligesom heller ikke igiennem Læder, der er igiennemtrakt med Olie og Fit). Igientager man Operationen, d. e. nedtrykker man Stemplen $L$, saa bringes derved Luften under $L$ i et snevrere Rum. Thi igiennem $E$ kan den ikke komme tilbage, fordi den selv trykker den Ventil tæt til, der er spændt over denne Aabning. Men saasnart den er bleven saa tæt, at dens Tæthed overgaaer Tætheden af den udvendige Luft oven over Stemplen, saa vil dens Tryk mod Stempelventilen faae Overvegt, stode den op, og gaae over i den udvendige Luft, og det saa længe, indtil Kolben igien har naaet sit laveste. Følgelig er nu allerede virkelig en Deel af den Luft, der forhen var under Klokken, skaffet af Veien eller udpumpet. Men imidlertid er tillige Stemplen i den anden Stovle

gaaen

gaaen i Veiret, og følgelig har paa nye en Portion af den Luft, der endnu var tilbage under Klokken, trakt sig ind i denne anden Støvle, hvilken atter uddrives, ligesom forhen. Dette fortsættes saaledes videre, indtil Tætheden, følgelig og Elasticiteten af Luften under Klokken bliver saa liden, at den ikke mere er i Stand til, at hæve Bundventilen. I de fleste Tilfælde kan man fuldkommen lade sig nøie med saadan en Grad af Fortyndelse.

Af Proppen $S$ betiener man sig, for igien at bringe Luft ind under Klokken. Indretningen $RN$ skal i det Følgende blive forklaret.

## §. 239.

Man vil lettelig see, hvorledes begge de ovenfor §. 236. forlangte Hovedforsøg kunne anstilles med en Luftpumpe, som den beskrevne. Nemlig det første, ligesom det er beskrevet i §. 237. Skulde man ikke tiltroe sig, umiddelbar at maale Indholden af Recipienten, fordi den maaskee ikke fuldkommen nøiagtig nok forestillede et Legeme, der efter Stereometrien kan udregnes; saa behøvede man kun at fylde den med Vand, og at maale dette Vand i et nøiagtigt Parallelepipedum. Paa saadan Maade har man fundet, at en Cubicfod Luft veier omtrent 610 Gran Troivegt, og at efter Omstændighedernes Forskiellighed Vandet kan antages

tages 800 til 850 Gange saa tungt som den almindelige Luft nær ved Jorden.

Bringer man en slap og fast tilbunden Lammeblære, som i sine Rynker indeholder kun lidet Luft, ind under Klokken ved Luftpumpen, og pumper Luften ud; saa vil Blæren strax ved første Træk begynde at udvide sig, og blive saa meget desto strammere, jo oftere man igientager Operationen. Et Beviis paa, at den Luft, der er omkring os, virkelig er i en sammentrykt Tilstand, og udvider sig strax, saasnart som den Kraft, der omgiver den, og trykker den sammen, hvilket her er den øverste Luft, borttages. Dette var det andet Forsøg, som fordredes ovenfor §. 236.

§. 240.

Fig. 94. En Cylinder $ABCD$ have ved $E$ en Aabning, og ved $F$ en Ventil, som aabner sig ud efter. Stemplen $G$ være uigiennemboret, og lade sig ved en Dragstang bevæge frem og tilbage i Cylinderen; saa heder denne hele Indretning en Trykpumpe. Dersom man nemlig skruer den til et behørig fast og lufttæt Kar, og trækker Stemplen ud til $AB$, saa er der naturlig Luft i Cylinderen. Støder man derpaa Stemplen mod $CD$; saa driver den Luften igiennem Ventilen $F$ ud i Karret $GK$. Jo oftere man igientager Operationen, desto mere Luft vil man bringe ind i saadant et Kar, og desto tættere vil den Luft være, som

som indeholdes deri; men desto stærkere vil den ogsaa trykke imod Karrets Sider. Man tager gierne dertil en temmelig stærk huul Metal-Cylinder, i hvis Grundflader man indkitter stærke Glasplader.

Det lader sig let vise, at en Luftpumpe med Hanen ligeledes kan bruges til at fortætte Luften.

Anm. Luftpumpens første Opfinder er unægtelig Otto von Guerike, Borgemester i Magdeborg, og de Forsøg, som han foreviisde dermed 1653 i Regensburg, giorde Sagen overalt bekiendt. Vi ville ikkun nævne de fornemste Forandringer og Forbedringer:

1) Den første Guerikeske var som den enkelte Brandsprøite, havde en liggende Støvle og Ventiler, stod i Vand, og Recipienterne vare blot kugledannede.
2) Den Boyleske blev bevæget med Vognmandsvinden, havde en staaende Støvle, Haner, Recipienter med indkittede Dekfler, gik lettere end No. 1, men virkede langsommere.
3) Den anden Guerikeske blev bevæget med Trykstænger, Støvlen var staaende, for Resten som No. 1, men umaadelig stor.
4) Den tredie Guerikeske var mindre end den anden.
5) Den Papiniske. Staaende Støvle. Stemplen blev bevæget ved Stigbøilen. Opfinderen indførde først Klokkerecipienterne.
6) Den Sengverdske. Skievliggende Støvle. Dobbelt giennemboret Hane. Vognmandsvinde med Kors.
7) Den Hawksbeeske dobbelte. Staaende Støvle. Svingel med Stiernehiulet. Ventiler. Cisterne.
8) Den Leupoldske. Dobbelte Støvler. Ventiler. Trykbielker.
9) Den enkelte Gravesandske.
10) Den dobbelte Gravesandske. Haanerne stille sig ved Maskinens Mechanisme.

11) Den

11) Den enkelte Nolletske. Staaende, Stigbøile og Haandgreb at trække op med. Støvlerne ere neden til aabne. Haner.

12) Den dobbelte Nolletske. Neden til aabne Støvler. Svingelen stiller ogsaa Hanerne.

13) Den Smeatonske. Er mærkværdig for den sindrige Indretnings Skyld af dens Ventiler, og fordi den ogsaa blot ved en Hanes Omdreining kan indrettes til at fortætte Luften. Har kun een Støvle.

14) Den Leistenske er den Smeatonske med meget sindrige Forbedringer, hvoriblandt den især er mærkværdig, at den ene Støvle giør det samme, som ellers to.

15) Den forhen beskrevne Branderske.

## §. 241.

Opg. Naar Indholdet af Støvlen, saavelsom Indholdet af Klokken tilligemed Forbindelsesroret er bekiendt, at bestemme Forholden imellem Tætheden af Luften, saaledes som den var fra Begyndelsen, og den Luft, som efter et vist Antal af Træk endnu er tilbage under Klokken.

Opl. Den første Lufts Tæthed hede D; Tætheden efter et Antal af $n$ Træk hede $d$; Indholdet af Klokken tilligemed Roret hede $V$; Støvlens Indhold være $v$; saa er $d$: $D = V^n$: $(V+v)^n$.

Bev. Efter eet Træk udbreder Luften sig af Rummet $V$ i det Rum $V+v$. Efter denne første Fortyndelse er altsaa den nu værende Tæthed $a$: $D = V$: $V+v$; eller $a = \frac{V}{V+v}$. $D$. Efter

ter det andet Træk er ligeledes den da værende Tæthed $b : a = V : V+v$, eller $b = \frac{V}{V+v} \cdot a = \frac{V^2}{(V+v)^2} \cdot D$. Ligeledes finder man Tætheden efter det tredie Træk $= \frac{V^3}{(V+v)^3} \cdot D$, altsaa efter det $n$te Træk finder man $d = \frac{V^n}{(V+v)^n} \cdot D$, eller $d : D = V^n : (V+v)^n$.

Till. Heraf kan det bestemmes, hvor mange Træk man maae giøre ved en vis Størrelse af Stovlen og af Klokken, for at fortynde Luften indtil en foreskreven Grad. Fordi nemlig $\frac{D}{d} = \frac{(V+v)^n}{V^n}$, saa er $n(l(V+v) - lV) = lD - ld$, og $n = \frac{lD - ld}{l(V+v) - lV}$.

F. Ex. Luften skal blive 100 Gange tyndere, og Klokken er 4 Gange saa stor som Stovlen; saa er $D = 100$, $d = 1$, $V = 4$, $v = 1$. Følgelig er $n = \frac{2}{0{,}096910} = 20$ til 21 Træk.

## §. 242.

Som en Egenskab ved Luften, hvilken den imidlertid dog har tilfælles med mange flydende og faste Legemer, maae det endnu anmærkes; at den udvides ved mere Varme. Beviset giver f. Ex. en fast tilbunden tør Blære, hvori man kun har

lader

ladet være lidet Luft; jo mere man varmer den, desto stærkere udvider den sig, og naar den hedes stærkt nok, og er fast nok tilbunden, saa springer den tilsidst i Stykker med et Knald.

Kan den indsluttede Luftmasse ved Varmen ikke virkelig udvide sig i et større Rum; saa bliver dens Tæthed vel den samme; men dens Bestræbelse efter at udvide sig, det er: dens Elasticitet, bliver større og større, jo mere den igiennemvarmes.

For Resten har allerede Mariotte beviist, at ved eens Varme forholder Luftens Elasticitet sig som dens Tæthed, at følgelig en dobbelt saa tæt Luft har ogsaa dobbelt saa stor Elasticitet. Man see Mariotte Traité des mouvemens des eaux II P. II Disc.

## III. Om Barometer og Thermometer.

### §. 243.

Den Luft, hvori vi leve og aande, som allevegne omgiver Jorden, og strækker sig i en anseelig Høide ud over den, heder Atmosphæren eller Dunstkredsen. Da man allevegne har befundet den elastisk og tung, endog paa de høieste Bierge; saa maae den efter §. 234. 236, fordi Jorden er sphærisk, være saa meget desto tættere, følgelig ogsaa desto mere elastisk §. 242, jo nærmere den er Jordens Overflade; i større Høider maae

maae begge Dele være i en mindre Grad. Og da den her ikke er indsluttet, men kan udbrede sig saa vidt, som dens Fierkraft driver den, og dens Tyngde tillader det, saa maae al Luftens Elasticitet høre op ved Atmosphærens yderste Grændse, hvor den ikke mere taaler noget Tryk.

## §. 244.

Man fylde et Glasrør $AB$, der er mere end 28 pariſiſke Tommer langt, med Qvægſølv, tillukke Aabningen $B$ med Fingeren, og vende Røret om. Man maae have et Kar med saa meget Qvægſølv i ved Haanden, at man kan ſtikke Fingeren, der tillukker Aabningen, med ſamt Røret saa dybt ned i det, at Aabningen kommer under Qvægſølvets Overflade $EF$. Tager man, naar dette er ſkeet, Fingeren bort; saa synker Qvægſølvet vel noget i Begyndelsen; men efter nogle Vibrationer bliver det ſtaaende omtrent ved $H$ i en Høide af 27 til 28 pariſiſke Tommer over Qvægſølvets Overflade i Karret. Rummet over Qvægſølvet i Røret maae nu være ganſke lufttomt. I denne Tilſtand faaer denne Indretning Navn af det Torricellianſke Rør, ligeſom det lufttomme Rum over Qvægſølvet heder det Torricellianſke tomme Rum, fordi Torricelli først giorde dette Hovedforſøg, og det endnu før Opfindelsen af Luftpumpen. Men fordi han ogſaa strax udledede Følger deraf, ſom lede til Beſtemmelsen af Luft-

95.

atmosphærens hele Tryk eller Vegt, saa fik Instrumentet ogsaa snart Navn af et Barometer.

§. 215.

Paa Overfladen af Verdens Hav, og i alle de Egne af Jordens Overflade, der ikke ligge meget over eller under Havets Horizont, trykker Luften ligesaa stærkt paa enhver Deel af Fladen, som om der stod en lodret Qvægsølvstotte derpaa, omtrent 28 parisiske Tommer høi.

Fig. 95. Bev. Er $EF$ Qvægsølvets Overflade i Karret; saa skulde det efter hydrostatiske Sætninger ikke staae høiere, altsaa kun blive staaende ved $G$. Stod der imidlertid oven over $EF$ en anden flydende Materie af mindre eller større specifisk Tyngde, saa vilde den ganske vist endnu kunne holde Qvægsølvet i en større Høide. Da dette nu virkelig skeer her, Qvægsølvet staaer i Ligevegt endnu omtrent 28 Tommer over $G$ indtil $H$, og der dog over Qvægsølvets Overflade i Karret intet andet fast eller flydende Legeme er end Luften, saa maae den samtlige Lufts Tryk være i Ligevegt med en Qvægsølvstotte, der er 28 Tommer høi. Da nu Luften er overalt udbredt, saa maae enhver Deel af den lave Jordoverflade taale det samme Tryk af Luften, som om der stod en Qvægsølvstotte af 28 Tommers Høide paa den.

Till.

Till. 1. Qvægsølv er omtrent 14 Gange saa tungt som Vand; følgelig kan man ogsaa sige, at en Vandstøtte af 14. 28 Tommers = 32 Fods Høide er i Ligevegt med Atmosphærens Tryk.

Till. 2. Heraf kan man nu forklare Indretningen *NR*, der er anbragt ved Luftpumpen. Ved *R* er en dobbelt igiennemboret Hane, hvis Hoved endes ved en lille Tallerken. I et Kar med Qvægsølv, som staaer paa Tallerkenen, sættes et omvendt Rør med Qvægsølv paa samme Maade, som §. 244. Dog behøver det just ikke at være over 28 Tommer langt, snarere er det bequemmere at giøre det noget kortere. Der oven over sættes en Recipient i flydende Vox. Naar nu Hanen dreies saaledes, at Rummene under Klokken formedelst Ventilerne staae i Forbindelse med Rummet under Recipienten og Rummene i Stovlerne, saa vil Luften, naar man pumper den ud, ogsaa lidt efter lidt borttages af Recipienten *NR*. I samme Forhold vil Qvægsølvet synke i Røret, fordi den Kraft, der opholdt det deri, bliver efterhaanden svagere. Man seer altsaa, hvorledes dette Instrument kan tiene til at bestemme, i hvad Grad Luften under Klokken er bleven fortyndet, og følgelig tillige dens Elasticitet bleven ringere. I denne Hensigt heder det og Elasticitetsviseren. Fig. 101 102

Till. 3. Egentlig er rigtig nok Elasticiteten af den Luft, der er indsluttet i *NR*, og ikke

dens Tyngde den umiddelbare Aarsag til, at Qvægsølvet staaer saa høit i Røret. Men denne Luft er dog af eens Elasticitet med den atmosphæriske; thi var den det ikke, saa vilde der, da den endnu stod i Forbindelse med den, enten være gaaet mere ind eller ud, indtil der var fremkommen Ligevegt. Nu maae altsaa foruden den indsluttede Lufts Tyngde, fornemmelig den Høide, der svarer til Elasticiteten af Recipientens øverste Lag (§. 234 No. 4), og som er lige stor med Høiden af Atmosphærens samtlige Vegt, tillige komme i Betragtning, naar man vil bestemme det hele Tryk paa Qvægsølvets Overflade i Karret. Altsaa maae Qvægsølvets Høide formindskes, naar ved Luftens Fortyndelse dens Elasticitet eller dens tilsvarende Høide aftager. Paa disse Betragtninger grunder det sig og, at Luftens Virkninger paa Barometret i et Værelse blive de samme, som i den frie Luft.

## §. 246.

Erfaring har lært, at Qvægsølvets Høide i Barometret, **Barometerhøiden**, er paa eet og samme Sted af Jorden ikke altid lige stor, men bliver snart høiere, snart lavere end 28″.

Da Luften altsaa trykker snart stærkere, snart noget svagere; saa tiener Barometret til, altid paa det nøieste at bestemme dette Tryk.

Høiden

Høiden selv bestemmer man mageligst, naar Rør og Kar anbringes paa en Tavle der er inddeelt i Tommer og Linier. Den 95de og 96de Fig. foreſtiller de to sædvanligſte Indretninger. Om andre Indretninger er det her for vidtløftigt at tale. Man finder dem omſtændelig beſkrevne i Hr. Hofr. Karſtens Lehrbegr. III Th. 3 Abſchn. af Aeroſtatiken. Fig. 95. 96.

Anm. 1. Da det er naturligt, at den atmoſphæriſke Lufts forſkiellige Tyngde og Tæthed maae have sin Indflodelſe paa Veirligets Forandringer, og man tillige ofte mærkede, at, naar Barometret faldt, var dermed Regn, og iſær Blæſt forbunden, men derimod klart Veir, naar det ſteeg; saa søgde man meget snart efter Barometrets Opfindelſe at giøre en Veirprophet af det. Deraf er det ogsaa menige Mand bekiendt under Navn af Veirglas.

Anm. 2. Efter de foregaaende Sætninger vil det være let, at beſtemme Luftens Tryk i Pundvegt, f. Ex. paa de udpumpede Guerikeſke Halvkugler, paa en Plade, der er lagt over et huult udpumpet Rum, ja endog paa Luftpumpens Stempler, alt efter som Luften er bleven mere og mere fortyndet.

## §. 247.

Den Egenſkab ved alle bekiendte flydende Materier, at de ved større Varme udvide sig i et større Rum, og ved mindre Varme trække sig sammen i et snevrere Rum, har ledet de Naturkyndige til Opfindelſen af Thermometrene. Ved saadanne Inſtrumenter har man til Hensigt, at sammenligne Varmens forſkiellige Grader ved

Legemerne, især i Luften, med hinanden, eller i det mindſte ſnart og rigtig at mærke Forandringen i dem. Jeg vil først beſkrive een af de brugeligſte og bequemmeſte Indretninger.

## §. 248.

Fig. 97. Neden til paa et ſnevert Glasrør *AB* være der tilſmeltet en huul Kugle, eller en Huulning af en anden Skikkelſe af ſamme Materie, ſom er anſeelig videre end Røret. Kuglen og en Deel af Røret fylde man med Qvægſølv, og eſterat have hedet Qvægſølvet, indtil det koger, ſmelter man Røret til ved *A*. Naar nu Inſtrumentet igien bliver koldt, vil Qvægſølvet ſynke i Røret, men derimod ſtige, naar det paa nye bringes i ſtørre Varme. Om Vinteren ſætte man Kuglen tilligemed den nederſte Ende af Røret i ſmeltende Snee eller tøende Jis, og lægge Mærke til det Punkt paa Røret, ved hvilket Qvægſølvet bliver ſtaaende. Dette Punkt heder Fryſepunktet. Siden vil Qvægſølvet ved begyndende Tøeveir altid ſtaae ved dette Punkt. Herpaa bringe man Inſtrumentet til en Tid, da Barometret viſer omtrent 27 Tommer, i kogende Vand, og lægge ligeledes Mærke til det Punkt paa Røret, hvorved Qvægſølvet uforrykket bliver ſtaaende. Det heder Kogepunktet. Naar man til en anden Tid ved ſamme Barometerhøide igien brin-

bringer Thermometret i kogende Vand, vil Qvægsølvet altid igien stige ligesaa høit. Kun ved større eller mindre Barometerhøide vil ogsaa Qvægsølvets Høide i Thermometret være noget større eller mindre i det kogende Vands Heede. Imidlertid deler man Afstanden imellem de paa foranførte Maade fundne Koge- og Frysepunkter i 80 Dele eller Grader, hvortil man endnu føier et Antal ligesaadan inddeelte Grader under Frysе- og over Kogepunktet. Ved Frysepunktet skriver man o, og tæller oven over det, ligesom paa den positive Side, Varmens Grader, og neden under samme, ligesom paa den negative Side, Kuldens Grader. Dette Thermometer, som vel er det brugeligste hos os, kaldes det Reaumurske Qvægsølvthermometer. Man burde heller slet hen kalde det Qvægsølvthermometret med Firesindstyve Dele.

Anm. Siden den Tid, da Drebbel først begyndte at bruge Luften selv til Thermometret, har man søgt at anvende adskillige Arter af flydende Materier til dette Brug, og derved giort Inddelingerne paa meget forskiellig Maade. Foruden det florentinske Thermometer, der er fyldt med Viinspiritus, men endnu meget ufuldkomment, ere de brugeligste 1) det Reaumurske Thermometer med Viinspiritus. Det fyldes med Viinspiritus, svækket med Vand, og Afstanden imellem Frysepunktet og det Punkt, som Viinspiritussen staaer ved i kogende Vand, førend den endnu selv begynder at koge, inddeles i 80 Dele. 2) Det Farenheitiske. Det fyldes med Qvægsølv. Afstanden imellem Frysе- og Kogepunkt deles i 180 Dele, og under Frysepunktet afsættes saadanne 32

Dele, hvor de ophøre, skrives 0, og derfra lige indtil Kogepunktet tælles nu op efter i eet frem 212 Grader. Eet af de nyeste er endnu det af Micheli Ducrest, efter hvis Sætninger de Branderske Universalthermometre ere indrettede. Men det er ikke saa almindelig bekiendt, som de forrige. Det samme gielder om det Delisleske og andre, i det mindste hos os.

## §. 249.

Da Qvægsølvet i Barometerrøret, som en flydende Materie, ligeledes vil udvide sig mere eller mindre, efter som Thermometret staaer høiere eller lavere, §. 247-248; saa maae man egentlig tillige tage denne Omstændighed i Betragtning, for at bestemme den egentlige Barometerhøide, forsaavidt den fremkommer alene af Luftens Elasticitet og Tryk. Hr. de Lucs Jagttagelser have viist, at naar Thermometret stiger fra Frysepunktet til Kogepunktet i samme Luft, hvori Barometret ogsaa befinder sig, og dette stod i Begyndelsen paa 27 Tomme, saa staaer det til Slutningen paa 27 Tomme 6 Linier. Var Barometerhøiden ikkun halv saa stor, saa vilde den hele Forandring, imedens Thermometret steeg fra Frydse- til Kogepunktet, ikkun beløbe sig til 3 Linier. Altsaa forholde sig Forskiellighederne i Længden af to Qvægsølv-Colonner, forsaavidt de hidrøre fra eens Forandringer i Varmen, som Colonnernes Længder selv.

Till.

Till. Naar altsaa Forskiellen af Varme ikke udgiør fulde 80 Grader, men $m$ Grader, d. e. $\frac{m}{80}$ af den hele Afstand imellem Fryse- og Kogepunktet, saa vil Barometeret, naar det ved 0 Grad stod paa 27″, derved komme til at staae paa 27″ $+\frac{m}{80}$. 6 Linier. F. Ex. ved $16\frac{3}{4}°$ Varme blev Barometerhøiden 27″ $1\frac{1}{4}$‴.

§. 250.

Opg. Barometerhøiden være $n$ Tomme ved $m$ Graders Varme paa Thermometret; hvor stor vilde den være ved samme Elasticitet hos Luften, naar Thermometret stod paa 0?

Opl. Var Barometerhøiden 27″ ved 0 Grad Varme, saa er den 27″ $+\frac{m}{80}$. 6‴ ved $m$ Grader. Denne Høide kalde man $r$. Følgelig er efter §. 249, $r : n = \frac{m}{80}$. 6‴: den søgte Størrelse, hvormed man maae formindske den givne Barometerhøide, for at faae den Høide, som passer paa den Luftens Tilstand, da Thermometret staaer paa 0. Denne Størrelse, der skal fradrages, er altsaa $\frac{n}{r}$. $\frac{m}{80}$. 6‴ $= \frac{n}{27 + \frac{m}{80}\cdot\frac{1}{2}''}$. $\frac{m}{80}\cdot\frac{1}{2}''$. I Stedet derfor antager man almin-

delig kun $x = \frac{n.m.}{27.80.2} = \frac{n.m.}{4320}$ Tomme $= \frac{n.m.}{360}$ Linier, fordi $m$ sielden er større end 20.

Er, f. Ex. $n = 28$; $m = 16\frac{3}{4}$; saa er $x = 1{,}3$ Linier; eller den rectificeerte Barometerhøide (som man kan kalde den) er 27″ 10,7‴.

Man maae mærke, at den Størrelse, der saaledes er funden, maatte adderes til den givne Barometerhøide, dersom Thermometrets $m$ Grader laae under Frysepunktet.

## IV. Høidemaalinger med Barometret.

### §. 251.

Jagttager man Qvægsølvets Høide i Barometret neden ved et Bierg, og bærer derpaa Instrumentet op paa Bierget, saa maae Barometerhøiden aftage saa meget desto mere, jo høiere man kommer op, og jo høiere overhovedet Bierget er. Denne naturlige Følge af den atmosphæriske Lufts Egenskaber, maatte give Anledning til den Undersøgelse, om der ikke kunde findes en Lov, hvorefter man af begge Barometerhøidernes Sammenligning kunde udlede Biergets lodrette Høide over Jordens Overflade.

Anm. Til Hr. H. R. Kästners Anmerkninger over Biergverkskonsten er føiet en Afhandling om Høidemaalinger med Barometret, hvori man tillige finder en critisk Historie af næsten alle de Bestræbelser, som ere blevne anvendte, for her at finde en bestemt og nøiag-

nøiagtig Regel. Iblant disse har Hr. de Luc først bragt det til saadan en Grad af Nøiagtighed, at man deraf kan udlede Høidens Bestemmelse næsten med større Paalidelighed, end ved en geometrisk Maaling selv. Reglens theoretiske Grunde har Hr. Kästner vaa anf. St. udledet af den høiere Mathematik. Derimod har Hr. Hofr. Karsten i Udtoget af hans Mathematik endog uden det Uendeliges Regning fundet Reglen, hvoraf jeg ikke kan undlade, her at anføre det nødvendigste.

## §. 252.

Jo mindre man antager Forskiellen $AD$ imellem Radierne af to concentriske, iserFig. temmelig store Kugleflader, jo mindre er 98. Rummet imellem samme forskielligt fra det cubiske Indhold af en Cylinder, hvis Grundflade er saa stor, som den mindre Kugleflade, og hvis Høide er Forskiellen $AD$.

Thi naar man antager Vinkelen $C$ kun liden, og forestiller sig, at $AC$, $BC$ ere Siderne af et conisk Udsnit, saa kan, naar $AD$ er meget liden, den afkortede Kegle, der er beskreven af $ADEB$, ansees for en Cylinder af den Høide $AD$, hvis Diameter er den mestendeels rette Linie $DE$. Det samme gielder rundt omkring.

## §. 253.

Lad $KLS$ forestille Jordkugten, og Atmosphæren være ved concentriske Kugleflader inddeelt i Lag af saa liden en Høide, at man fra den neder-

Fig. 98. nederſte til den øverſte Grændſe af et Lag endnu ikke kan mærke nogen Forſkiel i Henſeende til Luftens Tæthed. Nu maae der gives, eller antages ſom bekiendt: 1) Luftens Tæthed $\alpha$ i ſaadant et Lag, i Sammenligning med Qvægſølvets Tæthed; 2) Lagets Høide $HO$. 3) Høiden af en Qvægſølv-Colonne, der er i Ligevægt med det Tryk, den øverſte Grændſe $OWX$ er udſat for, $= p$; ſaa er Høiden af ſaadan en Qvægſølv-Colonne ved det lavere Lag $= p + \alpha . HO$.

Bev. Naar $g$ er Vægten af en Cubicfod Qvægſølv, ſaa er $\alpha g$ Vægten af en Cubicfod Luft i det forehavende Lag. Dets legemlige Indhold er næſten $HIR . HO$; altſaa veier den ſamtlige Luft, ſom findes deri, og ſom trykker paa $HIR$, $\alpha . g . HIR . HO$ Pund. Det legemlige Rum af det Qvægſølv, ſom har ſamme Vægt, er $\alpha . HO . HIR$. Dette Qvægſølvs Høide er altſaa $\frac{\alpha . HO . HIR}{HIR} = \alpha . HO$. Hertil regnet det fortplantede Tryk fra den øverſte Grændſe, giver Høiden af den hele Qvægſølv-Colonne, hvis Tryk er lige ſtort med Luftens Tryk paa $HIR$, $p + \alpha . HO$.

Till. Følgelig vilde $p$ og $p + \alpha . HO$ være Barometerhøiderne i de Høider $KO$ og $KH$ over Jordens Overflade.

§. 254.

$CD$ forestille et Stykke af Jordens Overflade, men $CA$ den hele Atmosphæres lodrette Høide. $H$ og $M$ være Steder, der ere høiere end Jordens Overflade; saa forholde sig Logarithmerne til de Forholde, hvori Barometerhøiderne aftage, ligesom de tilhørende Stationers Høider over Jordens Overflade. Fig. 99.

Bev. Man dele $CA$ i lutter smaae lige store Dele, ved $E, F, G, H,$ o. s. v., der forestille Høiderne af ligesaa mange Luftlag, paa hvis Tæthed ved den nederste og øverste Grændse der ikke er nogen mærkelig Forskiel. Tæthederne i disse Lag neden fra op efter i Sammenligning med Qvægsølvet, være $\Delta, \alpha, \beta, \gamma$; Barometerhøiderne i $E, F, G, H,$ være $e, f, g, b$; ved Jordens Overflade i $C$ være Barometerhøiden $= a$. Følgelig er $e : f = \Delta : \alpha$; og fordi $CE = EF$; saa er $e : f = \Delta . CE : \alpha . EF$. Fremdeles er (efter §. 253) $a = e + \Delta . CE$, eller $\Delta . CE = a - e$, og $e = f + \alpha . EF$, eller $\alpha . EF = e - f$; følgelig $a - e : e - f = e : f$, og $a : e = e : f$. Følgelig ere Barometerhøiderne i $C, E, F$ i en geometrisk Proportion. Det samme følger for Stationerne i $E, F, G,$ o. s. v. Altsaa aftage Barometerhøiderne i een og samme geometriske Proportion, naarlagene ere lige høie.

Nu

Nu være $CH = m.\ CE$; $CM = n.\ CE$, og Barometerhøiden i $H$ være $= q$, i $M$ være den $= p$; saa har man følgende geometriske Række:

| Viser | 1 | 2 | 3 | 4 | $m+1$ | $n+1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $a$ | $e$ | $f$ | $g$ -- | $q$ -- | $p$ |
| Log. | 0 | 1 | 2 | 3 -- | $m$ | $n$ |

Følgelig forholder sig $l\frac{a}{p} : l\frac{a}{q} = n : m = CM : CH$.

## §. 255.

Man kan tænke sig en Luft-Colonne af den Tæthed $\Delta$, der var saa høi, at den holdt Ligevægt med den hele Atmosphære. Sæt, at den Høide af den, som udfordredes dertil, var $= K$; saa vilde Høiden af Trykket mod $CD$ være $= \Delta.K$; imod $Ee = \Delta.K - \Delta.CE$; følgelig $a : e = \Delta.K : \Delta.K - \Delta.CE = K : K - CE$. Dette giver $a : e = \frac{K}{K-CE} : 1$; og $\frac{K}{K-CE}$ er $= 1 + \frac{CE}{K-CE}$. Jo mindre man nu tager $CE$, af desto ringere Indflydelse er det, om man udelader det af Nævneren. Da nu $CE$ her skal være meget lidet, saa har man $a : e = 1 + \frac{CE}{K} : 1$. Følgelig forholder sig ogsaa $l\frac{a}{p} : l(1 + \frac{CE}{K}) = CM : CE$.

Till. Sætter man, som er anført i §. 239, at Luftens Tæthed nede ved Jordens Overflade er

800 gange mindre end Vandets Tæthed, men for Resten dens Elasticitet stærk nok, for at holde Ligevægt med en Vand-Colonne, der er 32 pariſiſke Fod høi; saa følger, at en Luft-Colonne, der er 800. 32 Fod, eller 25600 Fod høi, og har den nederſte Luſts Tæthed $\Delta$, ligeledes maae holde Ligevægt med en 32 Fod høi Vand-Colonne, eller med hele Atmoſphærens Vægt. Følgelig var $K$ = 25600 pariſiſke Fod = 4266 Toiſer. Man ſætte nu $CE : K = 1 : 10000000$; saa er $CE = \frac{25600}{10000000} = 0{,}00256$ Fod. Denne Høide er virkelig saa liden, at Tæthedens Forandring fra $C$ til $E$ ikke kan være mærkelig. Skulde Luften endog have noget mere eller noget mindre Tæthed, end der er blevet antaget; saa vilde i ſørſte Fald $CE = \frac{K}{10000000}$ endnu blive mindre end 0,00256; i andet Fald vilde, endog da, naar den nederſte Luft var 1000 Gange tyndere end Vandet, $CE$ dog ikke være ſtørre end 0,0032 Fod, hvilket endnu altid er saa lidet, ſom Forudſættelſen forlanger.

## §. 256.

Af fuldſtændige logarithmiſke Tavler finder man nu $\log\left(1 + \frac{CE}{K}\right) = \log 1{,}0000001 = 0{,}00000004342944$, næſten $= 0{,}00000004343$.

Fol-

Følgelig er $\frac{l\,(1+\frac{CE}{K})}{CE} = 0{,}0000000\,4343 : \frac{K}{10000000} = \frac{0{,}4343}{K}$. Nu var $l\frac{a}{p} : l\,(1+\frac{CE}{K}) = CM : CE$ (§. 255); altsaa er og $\frac{l\frac{a}{p} : l\,(1+\frac{CE}{K})}{CE} = CM : 1$, eller $l\frac{a}{p} : \frac{0{,}4343}{K} = CM : 1$. Dette giver $l\frac{a}{p} = \frac{0{,}4343 . CM}{K}$, og $CM = \frac{K}{0{,}4343} . l\frac{a}{p}$. Da nu for ethvert andet Sted $H$, hvor Barometerhøiden var $= q$, ved lignende Slutninger findes, at $l\frac{a}{q} = \frac{0{,}4343 . CH}{K}$, saa er $l\frac{a}{p} - l\frac{a}{q} = l\frac{q}{p} = \frac{0{,}4343}{K} . (CM - CH)$, og fordi $CM - CH = HM$; saa har man $l\frac{q}{p} = \frac{0{,}4343 . HM}{K}$, og $HM = \frac{K}{0{,}4343} . l\frac{q}{p}$, hvilken Ligning nu er ganske almindelig, fordi man i Stedet for $q$ og $p$ kan sætte enhver større og mindre Barometerhøide.

## §. 257.

Opg. I to Stationer af ulige Høide over Jordens Overflade har man observeret den større og mindre Barometerhøide $q$ og $p$, man skal finde Høiden $k$ af en eensformig tæt Luft-

Luft-Colonne, som er i Stand til at holde Ligevegt med Elasticiteten af det nederste Luftlag ved Jordens Overflade.

Opl. $HM$ var $= \frac{K}{0,4343} \cdot l\frac{q}{p}$. Altsaa er $K = \frac{0,4343 \cdot HM}{l\frac{q}{p}}$.

Er den nederste Barometerhøide 29 Tomme $=$ 348 Linier, den øverste en Linie mindre, og der imellem begge Stationer hersker en Varme af $16\frac{3}{4}°$ paa den Reaumurske Scale, saa er efter Hr. de Luc den ene Stations Høide over den anden 12,497 Toiser.

Nu er $lq = l\,348 = 2,5415792$
$lp = l\,347 = 2,5403295$
$l\frac{q}{p} = 0,0012497$

Følgelig, fordi $HM = 12,497$, saa er $K = \frac{0,4343 \cdot 12,497}{0,0012497} = 4343$ Toiser.

## §. 258.

Opg. I to ulige høie Stationer $H$ og $M$ har man iagttaget Barometerhøiderne $q$ og $p$; man skal deraf finde Høiden $HM$ af den øverste Station over den nederste.

Opl. 1. Det forudsættes, at Thermometret i begge Stationer viser $16\frac{3}{4}$ Grad. Fordi

$HM = \frac{K.l\frac{q}{p}}{0,4343}$, og efter de Lucs Erfaring $K$ er $= 4343$ Toiser, saa er $HM = \frac{4343}{0,4343}.l\frac{q}{p} = 10000.l\frac{q}{p}$.

Opl. 2. Dersom Qvægsølvthermometret, naar det hænger i fri Luft i een eller begge Stationer, viser mere eller mindre end $16\frac{3}{4}$ Grad; saa tager man Middeltallet af begge. Nemlig ved ringere Varme end $16\frac{3}{4}$ Grad, er ethvert af de Luftlag, til hvis yderste Grændser der svarer eens Barometerhøide, lavere end den foregaaende Regning forudsætter, ved større Varme derimod høiere. Nu vil de Luc slutte af sine Erfaringer: at for enhver Grad, som det omtalte arithmetiske Middeltal giver mere end $16\frac{3}{4}$ Grad, maae man lægge $\frac{10000}{215}l\frac{q}{p}$ til det fundne $HM$, men for hver Grad mindre tage ligesaa meget derfra.

## §. 259.

### Igientagelse af Reglerne for at maale Høider ved Hielp af Barometret, tilligemed et Exempel.

1) Paa Barometer-Brettet befæste man et Thermometer af forhen beskrevne Slags, og observere paa nederste og øverste Station saavel Barometrets som Thermometrets Grader. Desuden

uden maae man paa begge Stationer endnu ophænge et Thermometer af samme Slags et Steds i Skygge for sig selv, og observere Graderne paa samme.

2) Man rectificere Barometerhøiden paa begge Stationer efter §. 250. For Ex. Den nederste Stations Barometerhøide $n$ være = 27 Tom. 8 Linier = $27\frac{2}{3}$''', Thermometrets Grader eller $m$ = 12, saa er $\frac{mn}{360}$ = 27,66. $\frac{12}{360}$ = 0,922, det er næsten 1 Linie, følgelig er den rectificeerte Barometerhøide 27 Tomme 7 Linier = 331''' = $q$. Sæt, at Thermometret viser i den øverste Station 4 Grader Varme, Barometret lidet over 21 Tomme 8 Linier, saa blev den rectificeerte Barometerhøide eller $p$ = 260'''.

3) Man beregne nu 10000. $l\frac{q}{p}$, saa er i Exemplet

$lq = l331 = 2{,}5198280$

$lp = l260 = 2{,}4149733$

$l\frac{q}{p} = 0{,}1048547$

Følgelig er 10000. $l\frac{q}{p}$ = 1048,5 Toiser.

4) Man tage det arithmetiske Middeltal af Graderne paa de Thermometre, der paa begge Stationer hænge i Skyggen. Sæt, man havde fundet 11 og 3 Grader, saa var dette Middeltal = 7°; da nu $16\frac{3}{4} > 7$, saa maae fra den fund-

ne Høide fradrages $\frac{9\frac{1}{2}}{215} \cdot 10000 \cdot l\frac{q}{p} = 47{,}5$; saa er den sande Høide 1001 Toiser = 6006 pariſiſke Fod.

## V. Om Luftthermometret.

### §. 260.

I Thermometrets Kugle være Luft indſluttet; saa vil denne Luft, naar dens Elaſticitet forøges ved Varmen, drive den flydende Materie, ſom er i Røret, høiere i Veiret, men derimod gjøre, at den igien ſynker, naar dens Varme, og med ſamme dens Elaſticitet, formindſkes. Saadan en Indretning kalder man et Luftthermometer. De ere af forſkiellige Slags. Her ſkal forKortheds Skyld alene det Amontonſke, rectificeret af Lambert, beſkrives.

Fig. 100 Dets Forfærdigelse beroer paa følgende: Et temmelig langt Glasrør, der er aabent oventil ved $A$, ombøies ved $B$, og dertil ſmeltes en Kugle ved $C$, hvorpaa ligeledes er en Aabning ved $E$, der løber ud i en Spids. Igiennem $A$ fylder man nu Qvægſølv deri, indtil det fylder næſten Halvdelen af Kuglen, d. e. indtil $DF$, følgelig ſtaaer i Røret indtil $G$. Derpaa tilſmelter man Aabningen ved $E$. Nu bliver man ved at fylde mere Qvægſølv deri igiennem $A$, indtil det ſtaaer omtrent ved $H$; da bliver Luften i Kuglen ſammentrykt af Colonnen $GH$. Ved ſtørr

Varm

Varme vil nu den indsperrede Lufts forøgede Elasticitet drive Qvægsølvet op over $H$; men afkioles Luften mere, saa vil Qvægsølvet igien synke tilbage til $H$ og dybere. Fornemmelig maae endnu iagttages, at Kuglens Vidde bliver stor nok i Forhold til Rørets, paa det at, naar den i Kuglen indsluttede Luft endnu neppe mærkelig udvider sig, eller trækker sig sammen, der dog allerede kan foregaae en meget mærkelig Forandring i Qvægsølvets Høide i Røret. Amontons Thermometer havde en Kugle af 39 Liniers Vidde, og et Rør $\frac{1}{2}$ Linie vidt, og 4 Fod langt; det Lambertske havde et Rør af omtrent 2 Fod, og en Kugle af een Tomme.

## §. 261.

Ved saadan en Indretning af Instrumentet, kan man nu antage, at Tætheden af Luften i Kuglen over Qvægsølvet ikke forandrer sig. Altsaa forholder sig under disse Omstændigheder dens Elasticitet som dens Varme. Altsaa er Maalet paa Luftens Elasticitet ogsaa Maalet paa dens Varme. Men nu er Maalet paa Luftens Elasticitet i $DEF$ Barometerhøiden til enhver Tid, forøget med Høiden af Colonnen $GH$ i Røret. Følgelig kan Summen af disse to Størrelser ansees som Maalet til Luftens Varme paa enhver Tid.

Paa disse Grundsætninger byggede Amontons sin Methode, at observere paa sit Thermometer.

meter. Han inddeelde det nemlig fra $G$ af opad i Tomme og Linier. Naar han lagde Barometerhøiden til det Antal Tomme, som Thermometret viisde over $G$, naar det stod i tøende Jis, saa fandt han 51″6‴; men i kogende Vand fandt han paa samme Maade Summen af disse to Størrelser $= 73''$. Da nu $\frac{73}{51,5} = 1,417$; saa maatte efter Amontons det kogende Vands Varme være 1,417 Gange saa stor, som det frysende Vands.

## §. 262.

Men Lambert fandt det raadeligere, at tage til Eenhed Høiden af en paa beskrevne Maade funden Qvægsølv-Colonne, som holder Ligevegt med Luften ved Temperaturen af tøende Jis, og at udtrykke de øvrige Høider ved andre Temperaturer ved Tal, hvoraf hiin Høide var Eenheden. Som et Middeltal af adskillige Jagttagelser fandt han nu, tøende Jises Varme til kogende Vands Varme $= 1 : 1,370 = 1000 : 1370$ (i Stedet for den Amontonske $1 : 1,417$). Inddeles altsaa Høiden af den hele Qvægsølv-Colonne, som ved Temperaturen af tøende Jis er i Ligevegt med Luftens Fierkraft, i 1000 Dele, saa komme der 370 saadanne Dele til at staae imellem Fryse- og Kogepunktet som Grader paa Lufthermometret. Man see Fig. 100. Thermometrets Gang stem-

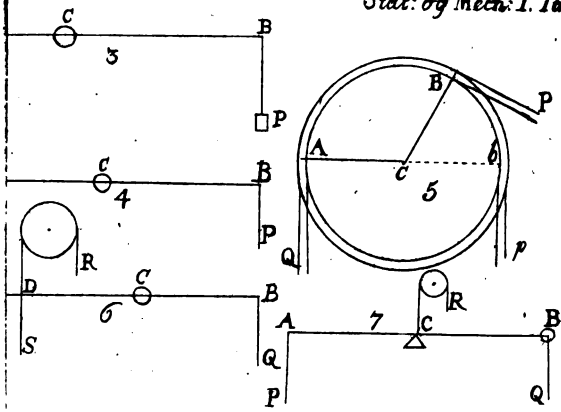
mer

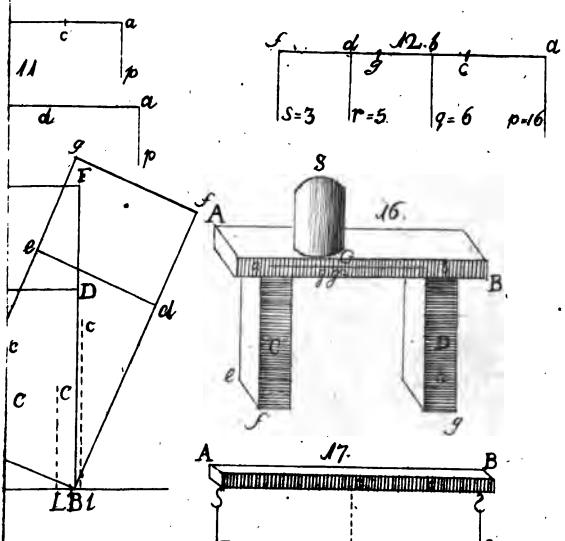
mer meget godt overeens med Gangen af det Fahrenheitiſke, og af Qvægſølv-Thermometret med ſiirſindstyve Dele; ſaa at 37 Grader af Luftthermometret give 18 Fahrenheitſke og 8 Reaumurſke.

Man ſee om denne hele Sag, ligeſom om de øvrige Arter af Luftthermometre, Lamberts Pyrometrie II. Theil 3tes Hauptſtück.

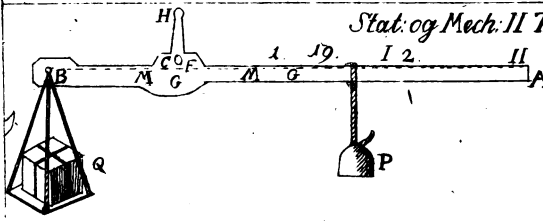
# Trykfeil.

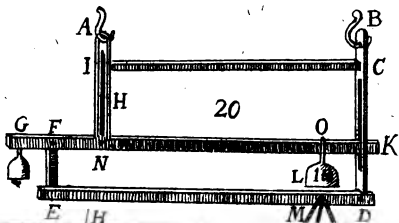
Side 18. Lin. 20. for $2^s$ læs $2^s$.
" 69. " 5. for efterſom læs efterat
" 70. " 18. for S. 139. læs S. 193.
" 75. " 2. for a. læs a. Q.
" 88. " 22. foran for det ſidſte Q tilſættes Tegnet (, ſaaledes (Q
" 90. er Sidetallet udeladt
" 97. " 21. i Tælleren for $\frac{1}{2}$ læs $\frac{1}{2}$
" 109. " 13. for 600 læs 608.
19. for 1840 " " 1880.
" 116. " 17. for det læs der
" 118. " 6. for 1718 læs 1218.
" 123. " 9. for eller læs og
" 124. " 10. for ſørſt læs ſtørſt
" 131. " 21. for Maſkinen læs Maſkiner
" 132. " 19. for *BFE* læs *FBE*.
" 150. " 23. for Styrke læs Tykkelſe
" 157. " 11. for forud læs for det førſte
" 166. " 10. for $\frac{1}{2n+1}$; Q læs $\frac{1}{2n+1}$ Q
" 185. " 4. for forud læs for det førſte
" 212. " 6. for 3,066 læs 3,06
" 22. ſamme Feil
" 218. " 4. for Tercer læs Qvarter
" 228. " 7. for §. 193. læs §. 195.
" 242. " 12. for ſpiciſiſke læs ſpeciſiſke
" 265. " 17. for 1672 læs 1772.
" 19. for 1777 læs 1771.
" 273. ſidſte Linie for Luftſtøtte læs Vandſtøtte.

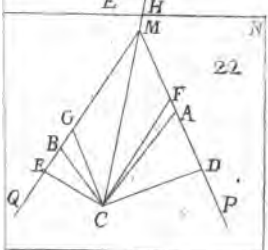

C
B
3
P
C
B
4
P
R
D
C
B
6
S
Q
B
P
A
C
b
5
p
Q
R
A
7
C
B
P
Q
A
g
B
E
C
D
P
S = n Q
R = m P
Q

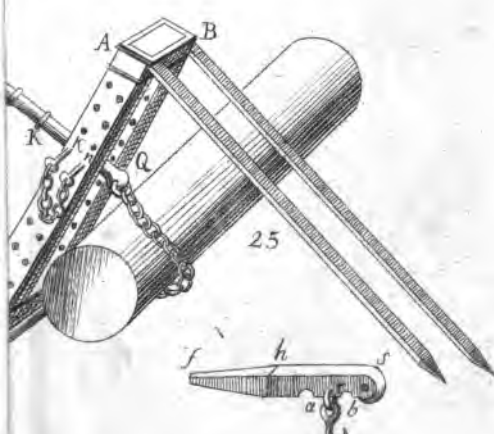

c
a
11
p
d
a
g
p
F
e
D
c
d
c
C
C
L B l
f
d
12. 6
g
c
a
S = 3
r = 5
q = 6
p = 16
S
f
A
16.
B
e
C
D
f
g
A
17.
B
P
H
Q

UNIV OF MICH

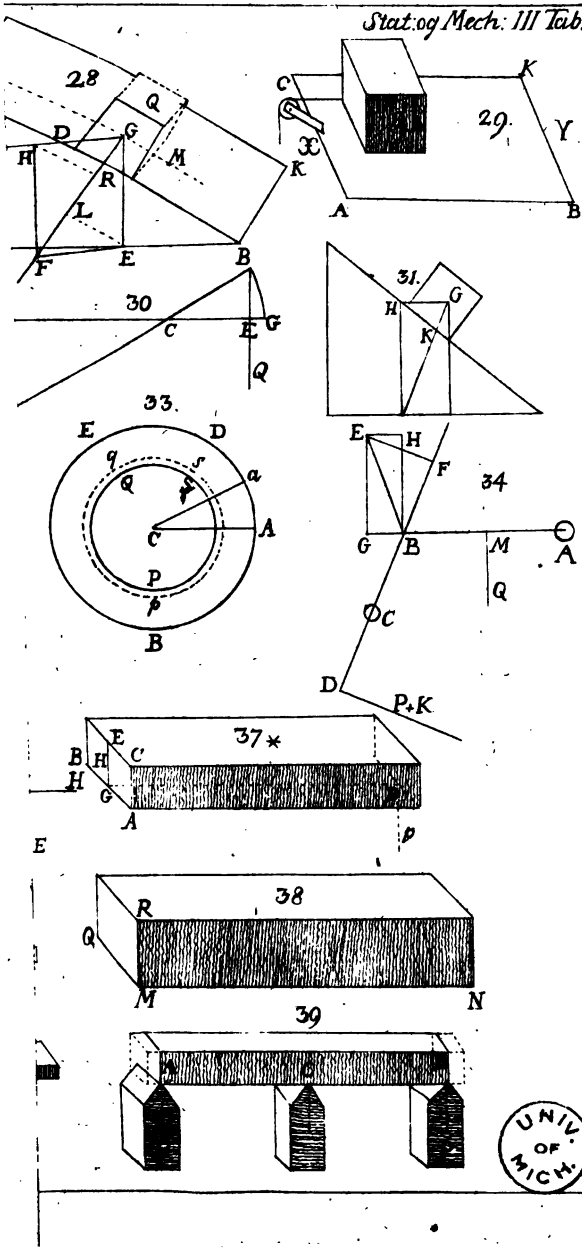

H
C O F
1 19. I 2. II
B
M G M G
A
Q
P


A
B
I
C
H
20
G F
O
K
N
L 18
E H
M D
Q

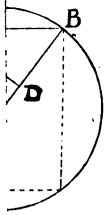

M
N
22
F
A
G
B
E
D
Q
C
P

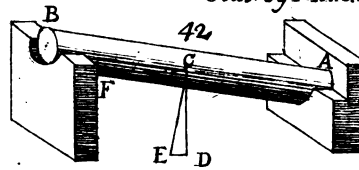

A
B
K
Q
25
f
h
s
a
b

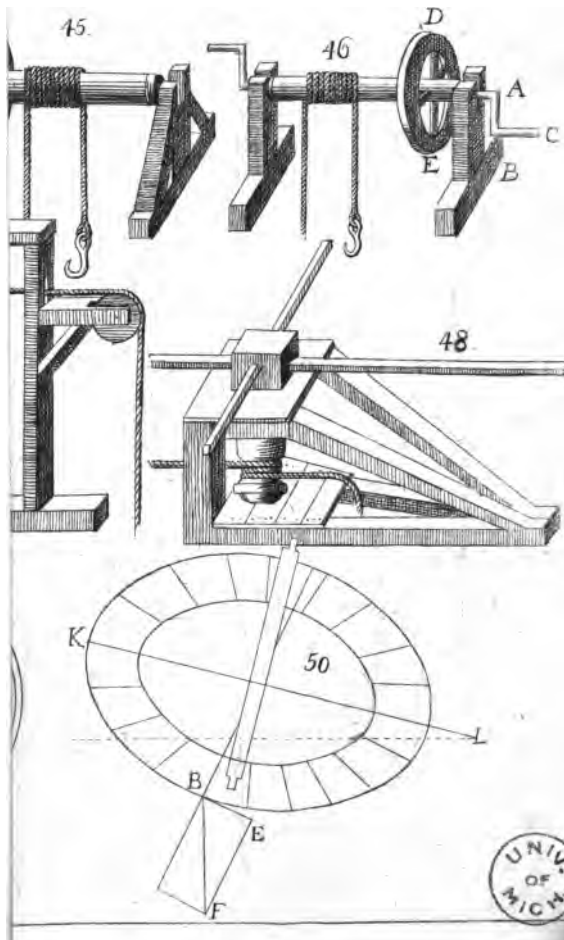
UNIV. OF MI


28
Q
D
G
M
H
R
L
K
F
E
B
29.
C
K
X
Y
A
B
30
C
E
G
Q
31.
G
H
K
33.
E
D
q
s
Q
a
C
A
P
p
B
E
H
F
34
G
B
M
A
Q
C
D
P+K
37*
E
B
H
C
H
G
A
E
p
38
R
Q
M
N
39

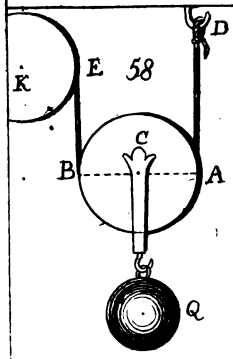
UNIV. OF MICH.

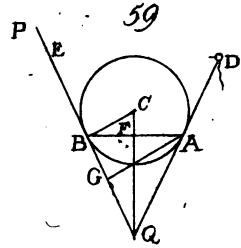


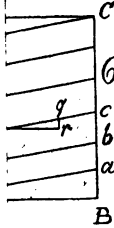



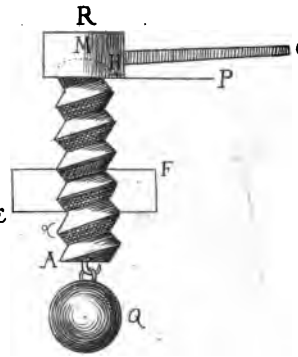




UNIV. OF MICH.

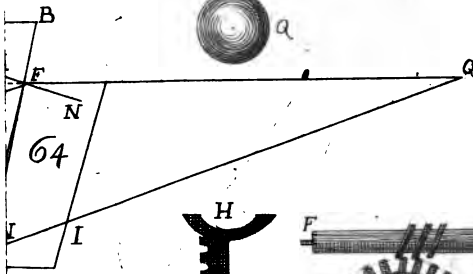

K
E
58
D
C
B
A
Q

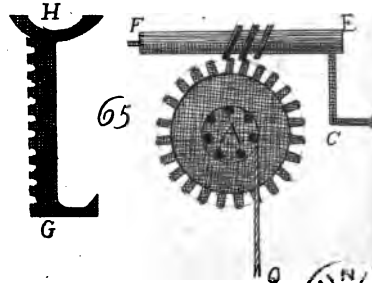

59
P
E
D
C
F
B
A
G
Q

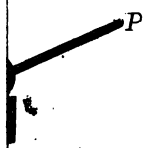

C
62
q
c
b
a
B


R
M
G
P
F
E
A
Q

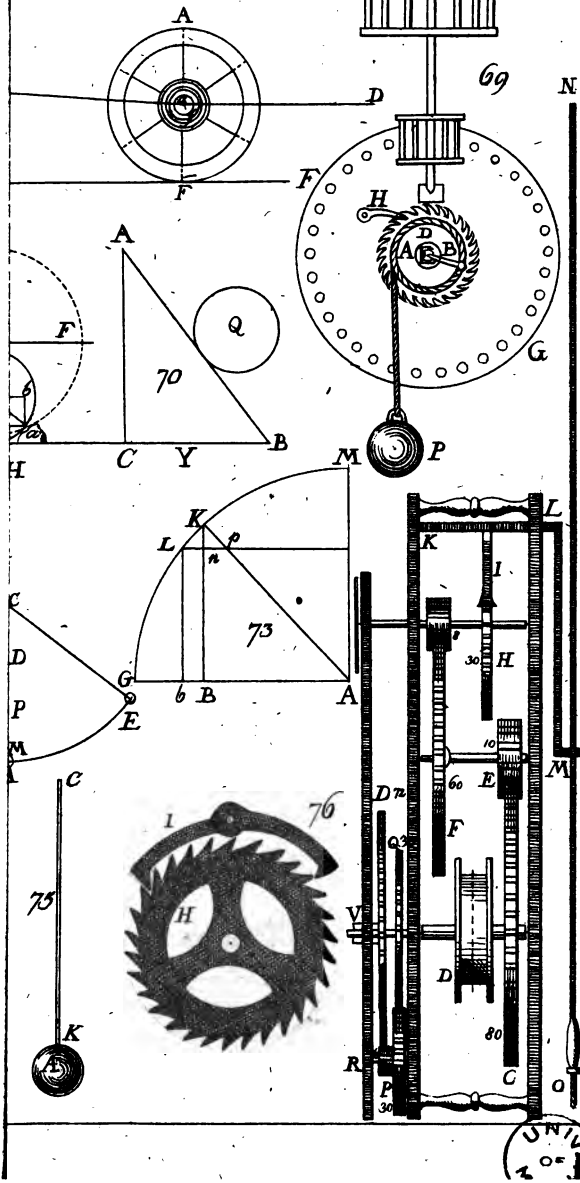
63.

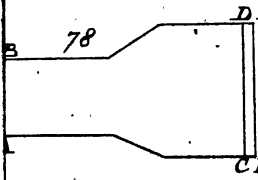

B
F
Q
N
64
I
I


H
F
E
65
C
G
Q

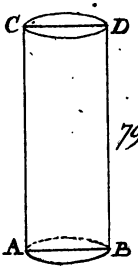

P

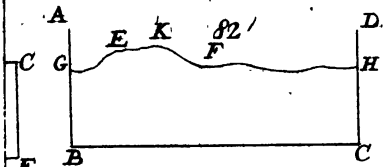
UNIV. OF MICH.

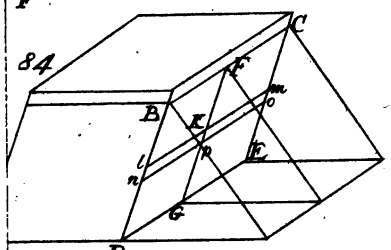

A
D
F
F
69
N
H
D
A
B
G
A
F
Q
70
C
Y
B
H
M
P
K
L
p
n
73
C
D
P
M
G
E
b
B
A
L
K
I
30
H
10
E
M
60
D n
F
Q 3
V
D
80
R
P
30
G
Q
C
75
K
E
1
76
H

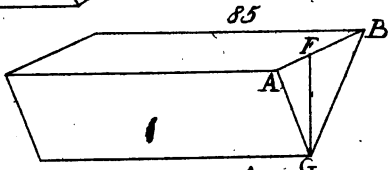

78
D I
B
A
C K

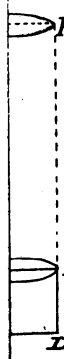
L

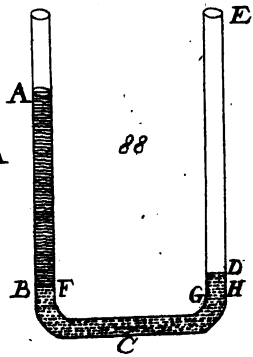

C D
79
A B


A
E K 82
D.
C
G
F
H
F
B
C


84
C
B
K
D


85
B
F
A
G


H
A
D


E
A
88
B F
G H
D
C

A
M
90
C
B